



UNIVERSIDAD PANAMERICANA

SEDE GUADALAJARA

"ANÁLISIS Y DISEÑO DE UN  
MOVILIZADOR DE RODILLA"

TEODORO ORTÍZ MICHEL

Tesis presentada para optar por el título de Licenciado en  
Ingeniería Electromecánica con Reconocimiento de Validez  
Oficial de Estudios de la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA,  
según acuerdo número 00933087 con fecha 29-I-93.

Zapopan, Jal., Enero de 1999.



54935







**UNIVERSIDAD PANAMERICANA**

SEDE GUADALAJARA

**"ANÁLISIS Y DISEÑO DE UN  
MOVILIZADOR DE RODILLA"**

**TEODORO ORTÍZ MICHEL**

Tesis presentada para optar por el título de Licenciado en  
Ingeniería Electromecánica con Reconocimiento de Validez  
Oficial de Estudios de la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA,  
según acuerdo número 00933087 con fecha 29-I-93.

Zapopan, Jal., Enero de 1999.

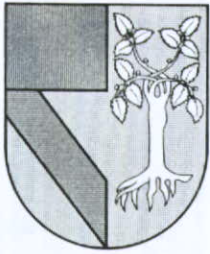


CLASIF: FE 1999 ORT  
ADQUIS: 54935- 21.3  
FECHA: 21/10/04  
DONATIVO DE \_\_\_\_\_  
\$ \_\_\_\_\_

*Agencia el 47419*



*[Faint, illegible text and markings, possibly bleed-through from the reverse side of the page.]*



**UNIVERSIDAD PANAMERICANA**

SEDE GUADALAJARA

***DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN***

**TEODORO ORTIZ MICHEL**

Presente

En mi calidad de Presidente de la Comisión de Exámenes Profesionales y después de haber analizado el trabajo de titulación en la alternativa tesis titulado "ANALISIS Y DISEÑO DE UN MOVILIZADOR DE RODILLA", presentado por usted, le manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado de Examen Profesional, por lo que deberá entregar ocho ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

Atentamente

A handwritten signature in black ink, appearing to read "ORTIZ MICHEL", is written over a faint, circular stamp or watermark. The signature is fluid and cursive.

EL PRESIDENTE DE LA COMISIÓN

Zapopan, Jal. marzo 18 de 1999



# UNIVERSIDAD PANAMERICANA

SEDE GUADALAJARA

Enero 26 de 1999

COMITÉ DE EXÁMENES PROFESIONALES  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELECTROMECAÁNICA  
UNIVERSIDAD PANAMERICANA

Hago constar que el alumno: **TEODORO ORTIZ MICHEL**, ha terminado satisfactoriamente el trabajo de tesis titulado: "**ANALISIS Y DISEÑO DE UN MOVILIZADOR DE RODILLA**", que presentó para optar por el título de la Licenciatura en Ingeniería Electromecánica.

Se extiende la presente para los fines que convengan al interesado.

Atentamente

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'FRANCO ANTONIO OSUNA GARZÓN', enclosed within a large, loopy, oval-shaped scribble.

ING. FRANCO ANTONIO OSUNA GARZÓN  
Asesor de Tesis  
Escuela de Ingeniería Electromecánica



## **DEDICATORIAS**

Agradezco a Dios la oportunidad  
de rodar en este mundo.

A mi madre por su incondicional apoyo durante  
mis primeros años de Escuela.

A mi padre le agradezco el haber compartido  
con alegría sus conocimientos técnicos.

Agradezco a la Universidad y a mis  
maestros su paciencia y apoyo.

# ÍNDICE

Página

## **CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN**

**1**

1.1 Necesidad Social, Técnica y Económica

1.2 Tarea y objetivos de trabajo

## **CAPITULO 2 ANÁLISIS DE BIOMECÁNICA ARTICULAR DE RODILLA Y ESTUDIO DE ANTROPOMETRÍA**

**2**

2.1 Análisis de biomecánica articular de rodilla

2.2 Introducción a la antropometría

2.3 Teoría antropométrica

2.4 Datos antropométricos

2.5 Tablas antropométricas

2.6 Conclusión

## **CAPITULO 3    MOVILIZADOR DE RODILLA ACTUAL**

**13**

- 3.1 Definición de ángulo de rehabilitación
- 3.2 Mecanismo y especificaciones
- 3.3 Cinemática de mecanismo
  - 3.3.1 Estudio de posición
- 3.4 Simulación
  - 3.4.1 Funciones de entrada al sistema
  - 3.4.2 Resultados de Simulación
- 3.5 Conclusión

## **CAPITULO 4    PROPUESTA DE MOVILIZADOR DE RODILLA**

**29**

- 4.1 Propuesta de movilizador de rodilla
- 4.2 Cinemática de mecanismo
  - 4.2.1 Análisis de posición
  - 4.2.2 Análisis de velocidad
  - 4.2.3 Análisis de aceleración
- 4.3 Dinámica de mecanismo
  - 4.3.1 Análisis de fuerza (Método gráfico)
  - 4.3.2 Análisis de fuerza (Método analítico)
  - 4.3.3 Comprobación de resultados
- 4.4 Conclusión



<b>CAPITULO 5</b>	<b>DISEÑO Y SELECCIÓN DE ELEMENTOS DE MÁQUINA</b>	<b>72</b>
5.1	Motor y reductor de velocidad	
5.2	Elemento de transmisión de potencia	
5.3	Baleros, bujes y coples	
5.4	Dibujos de propuesta de movilizador de rodilla	
5.5	Conclusión	
<b>APÉNDICE A</b>	<b>COMPARACIÓN DE AMBOS MECANISMOS</b>	<b>87</b>
<b>APÉNDICE B</b>	<b>PROGRAMA DE ANÁLISIS DE FUERZA</b>	<b>93</b>
<b>CONCLUSIONES</b>		<b>100</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>		<b>101</b>

# **CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN**

## **1.1 Necesidad Social, Técnica y Económica**

La justificación de este trabajo se presenta en el área social, técnica y económica. La justificación social se encuentra al ver la carencia de equipos médicos dentro de hospitales y clínicas de asistencia social.

Además, la rehabilitación que se da a través de un movilizador de rodilla es considerada un tratamiento efectivo en la curación de ciertas patologías de rodilla. La justificación económica se debe al hecho de que este equipo es un producto de exportación, cuyo precio es elevado.

En el área técnica se buscará una mejora en la operación del equipo.

## **1.2 Tarea y objetivos de trabajo**

El objetivo de este trabajo es el desarrollar el diseño mecánico de un movilizador de rodilla en su primera etapa. Al hablar de primera etapa nos referimos al diseño de un prototipo primitivo o base al cual será necesario depurar a partir de pruebas o ensayos de vida, además de requerir de análisis de reducción de costos y análisis de diseño para manufactura antes de poder ser llevado al mercado como un producto de calidad.

# CAPITULO 2: ANÁLISIS DE BIOMECÁNICA ARTICULAR DE RODILLA Y ESTUDIO DE ANTROPOMETRÍA

## 2.1 Análisis de biomecánica articular de rodilla

La rodilla es la articulación intermedia del miembro pélvico, es una articulación gínglimoide (bisagra modificada). Es una articulación dotada de un sólo sentido de libertad de movimiento – la flexión extensión -, que le permite acercar o alejar, regular la distancia que separa el cuerpo del suelo. En esencia, la rodilla trabaja comprimida por el peso que soporta.

De manera accesoria la articulación de la rodilla posee un segundo sentido de libertad o movimiento, la rotación sobre el eje longitudinal de la pierna, que sólo aparece cuando la rodilla esta en flexión.

Considerada desde el punto de vista mecánico, la articulación de la rodilla constituye un caso sorprendente porque debe conciliar dos imperativos contradictorios:

- Poseer una gran estabilidad de extensión completa, posición en la que la rodilla soporta presiones importantes, debidas al peso del cuerpo y a la longitud de los brazos de palanca.
- Alcanza una gran movilidad a partir de cierto ángulo de flexión, movilidad necesaria en la carrera y para la orientación óptima del pie en relación con las irregularidades del terreno.

La rodilla resuelve estas contradicciones gracias a dispositivos mecánicos ingeniosos en extremo, sin embargo, la debilidad del acoplamiento de las superficies, condición necesaria para una buena movilidad, expone a esta articulación a diferentes patologías. La rodilla es susceptible a la lesión traumática, sobre todo por estar sujeta a tensión máxima y estar localizada entre dos brazos largos de palanca, tibia y fémur.

La articulación depende principalmente de los ligamentos y músculos del muslo para mantener la estabilidad. Además, no esta protegida por capas de grasa o de músculo, tanto desde el punto de vista ambiental como desde el punto de vista anatómico, esto contribuye a la gran frecuencia de lesiones que experimenta.



La rodilla es particularmente vulnerable de padecer procesos inflamatorios, y entre las enfermedades que más le afectan está la enfermedad articular degenerativa, artritis reumatoide, osteonecrosis, espondilitis anquilosante, osteoporosis, necrosis avascular y fracturas en terreno patológico, además de lesiones ligamentarias y capsulares. Todos estos padecimientos cursan con dolor y limitación articular, llevando al paciente a largo plazo a la incapacidad, la cual se refleja en su vida familiar, laboral, económica, deportiva, etc. Otros factores extrínsecos que actúan sobre la rodilla son la obesidad, actividad física y edad.

De lo anterior, la necesidad de ofrecerle al paciente un tratamiento que le permita liberarse del dolor, incrementar o mantener la movilidad de la articulación, darle estabilidad y permitirle una marcha adecuada y de esta forma reincorporar al paciente a su vida cotidiana. La gonartrosis es una causa frecuente de consulta en los servicios de Ortopedia y una indicación quirúrgica en muchos de estos casos es la artroplastia total de rodilla o reemplazo articular. Los objetivos de la artroplastia son eliminar el dolor, corregir la deformidad, reconstruir la superficie articular destruida, obtener una fijación segura y conseguir la estabilidad estática y dinámica de la articulación.

El manejo de rehabilitación posterior a la cirugía tiene la finalidad de reducir el dolor, mantener o mejorar los arcos de movilidad, disminuir el tiempo de hospitalización y la manipulación postquirúrgica, así como abatir el costo del tratamiento. El lograr el máximo arco de movilidad en la rodilla (flexión 130°, extensión 0° o 180°), facilitará al paciente la mayoría de las actividades de la vida diaria.

Existen máquinas de movimiento continuo, lo que permite proporcionar al paciente una movilización pasiva temprana, oportuna y con mayor continuidad ofreciéndole la oportunidad de tener una recuperación funcional óptima.

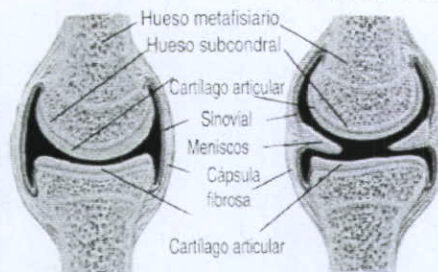
A continuación se presenta un diagrama de la articulación de la rodilla ( *Figura 2.1* <sup>(2)</sup> ).

---

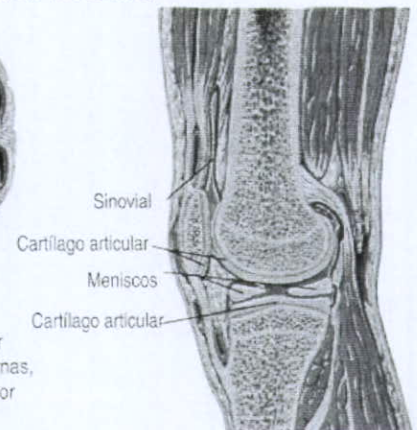
<sup>(2)</sup> CAMPBELL, W, METHODS OF REESTABLISHING THE MOBILITY OF THE KNEE, CLIN. ORTHOP. REL. RESH. 248, 1976

# Articulación de la Rodilla

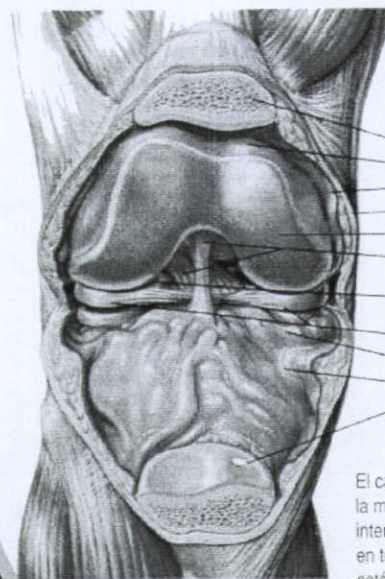
Articulación de la Rodilla<sup>(1)</sup>



Las articulaciones típicas tienen superficies articulares cartilaginosas congruentes, respaldadas por hueso subcondral y metafisiario, estabilizadas por la cápsula articular y ligamentos. Las superficies internas, excepto las del cartilago articular, están recubiertas por membrana sinovial



Sección sagital de la rodilla



Vista anterior de la rodilla

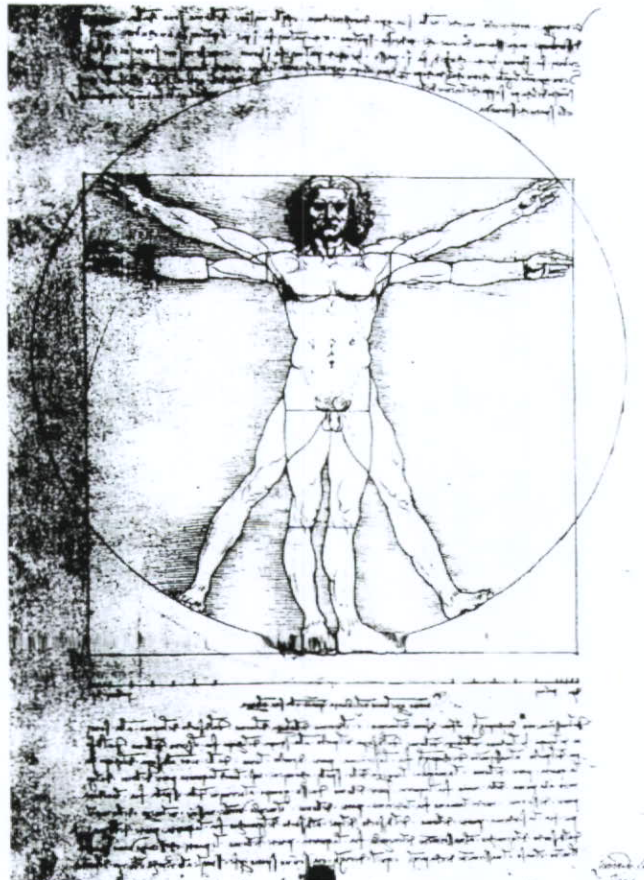
El cartilago (azul) cubre las superficies articulares; la membrana sinovial (anaranjado) cubre la superficie interior de la cápsula articular y de los ligamentos, en todo el espacio articular. La estabilidad dinámica y estática de la articulación y la congruencia relativa de las superficies articulares, son mantenidas por los ligamentos y los músculos que actúan sobre la articulación

Figura 2.1. Articulación de la rodilla

## 2.2 Introducción a la antropometría

Se conoce como antropometría al estudio de las dimensiones del cuerpo humano. Su aplicación al proceso de diseño se observa en la adaptación física, o interfase, entre el cuerpo humano y los diversos componentes del espacio.

La fascinación de filósofos, artistas y teóricos por el cuerpo humano y su tamaño se remonta a muchos siglos atrás<sup>(6)</sup>. Durante la edad media, Dionisio, monje de Phourna en Agrapha, escribió del cuerpo humano como «de altura, nueve cabezas» y Cennino Cennini, italiano del siglo XV, describió la altura del hombre como igual a su anchura con los brazos extendidos. En el renacimiento Leonardo da Vinci concibió su famoso dibujo de figura humana, basada en el hombre norma de Vitruvio ( *Figura 2.2* ).



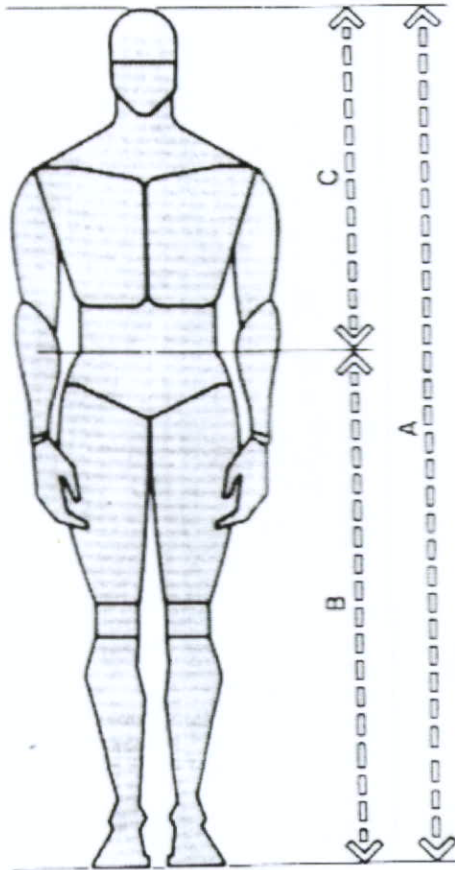
*Figura 2.2.* Famoso dibujo de Leonardo Da Vinci basado en hombre patrón de Vitruvio.

<sup>(6)</sup> PANERO, JULIUS, LAS DIMENSIONES HUMANAS EN LOS ESPACIOS INTERIORES, EDITORIAL GUSTAVO GILI, CUARTA EDICIÓN, BARCELONA 1983



Cualquier comentario acerca del tamaño y dimensión del cuerpo será incompleto si no se menciona la denominada Sección Aurea, nombre dado en el siglo XIX a la porción fruto de dividir una línea en lo que Euclides, 300 años a J.C., llamo «razón media y extrema». Según Euclides, una recta se corta en esta razón solo cuando «todo el segmento de recta es al mayor como este es al menor». Lo que destaca en la Sección Aurea es que el tercero es igual a la suma de los dos restantes.

Tan apasionante era la noción de Sección Aurea, que al inicio del siglo XVI, Luca Paccioli, intimo amigo de Leonardo y probablemente el matemático más famoso del momento, escribió un libro sobre el tema *Divina Proportione*, donde atribuye a la Sección Aurea<sup>(6)</sup> muy diversas propiedades místicas en el campo de la ciencia y el arte. ( *Figura 2.3*).



*Figura 2.3.* El cuerpo humano y la sección áurea.

<sup>(6)</sup> PANERO, JULIUS, *LAS DIMENSIONES HUMANAS EN LOS ESPACIOS INTERIORES*, EDITORIAL GUSTAVO GILI, CUARTA EDICIÓN, BARCELONA 1983

La aplicación de la antropometría se acostumbra con problemas relativos a diseño de maquinaria y equipo. En estos problemas suelen intervenir estados de interfase hombre-máquina por ejemplo el diseño de productos para el consumidor, ambientes de trabajo, vehículos de transporte, etc.

En 1940 la necesidad de datos antropométricos se proyectó en distintos y variados campos de la industria, particularmente en la aeronáutica, provocando su desarrollo e incremento. Lógicamente, la fuente de gran parte de este ímpetu habría que buscarla en la segunda guerra mundial; aun hoy la investigación antropométrica se realiza fundamentalmente en el sector de la industria bélica.

Las dimensiones del cuerpo humano varían según la edad, sexo y raza. Los factores socioeconómicos constituyen un impacto esencial en las dimensiones del cuerpo. La alimentación que reciben los individuos de los sectores con niveles de renta mas altos se traduce, por ejemplo, en la exención de enfermedades infantiles, al tiempo que contribuye al desarrollo del cuerpo.

## **2.3 Teoría antropométrica**

Extensión, Holgura y Adaptabilidad<sup>(6)</sup>:

Algunas veces si el diseño es eficaz para los usuarios de dimensiones más grandes, lo será, obviamente para los usuarios de dimensiones menores. En otras ocasiones es importante dotar al diseño de una adaptabilidad, como resulta en algunos modelos de sillas, en estanterías regulables, etc. El alcance de adaptación deriva de los datos antropométricos del usuario, de la clase de actividad y de las limitaciones físicas y mecánicas en juego; de cualquier forma, el diseño tendrá una capacidad de adaptación tal que comprenda como mínimo al 90% de la población receptora del mismo. La antropometría aplicada es una herramienta sumamente útil en el proceso de diseño cuando se emplea sabiamente y dentro de una amplia visión de otros factores humanos que influyen en el mismo. Los factores que inciden en la misión de ajustar el cuerpo humano al entorno no pueden limitarse a medidas y distancias. Distancia, holgura y espacio generalmente encierran «dimensiones ocultas». Declarar que los limites de las personas empiezan y acaban en la piel es no acertar a captar la importancia de muchos elementos que conforman el sentido espacial del hombre.

---

<sup>(6)</sup> PANERO, JULIUS, LAS DIMENSIONES HUMANAS EN LOS ESPACIOS INTERIORES, EDITORIAL GUSTAVO GILI, CUARTA EDICIÓN, BARCELONA 1983

## 2.4 Datos antropométricos

Las dimensiones del cuerpo humano<sup>(6)</sup> que influyen en el diseño de espacios interiores son de dos tipos esenciales: estructurales y funcionales. Las dimensiones estructurales, denominadas estáticas, son las de la cabeza, tronco y extremidades en posiciones estándar. Las dimensiones funcionales, llamadas a veces dinámicas, tal como sugiere el término, incluyen medidas tomadas en posiciones de trabajo o durante el movimiento que se asocia a ciertas actividades.

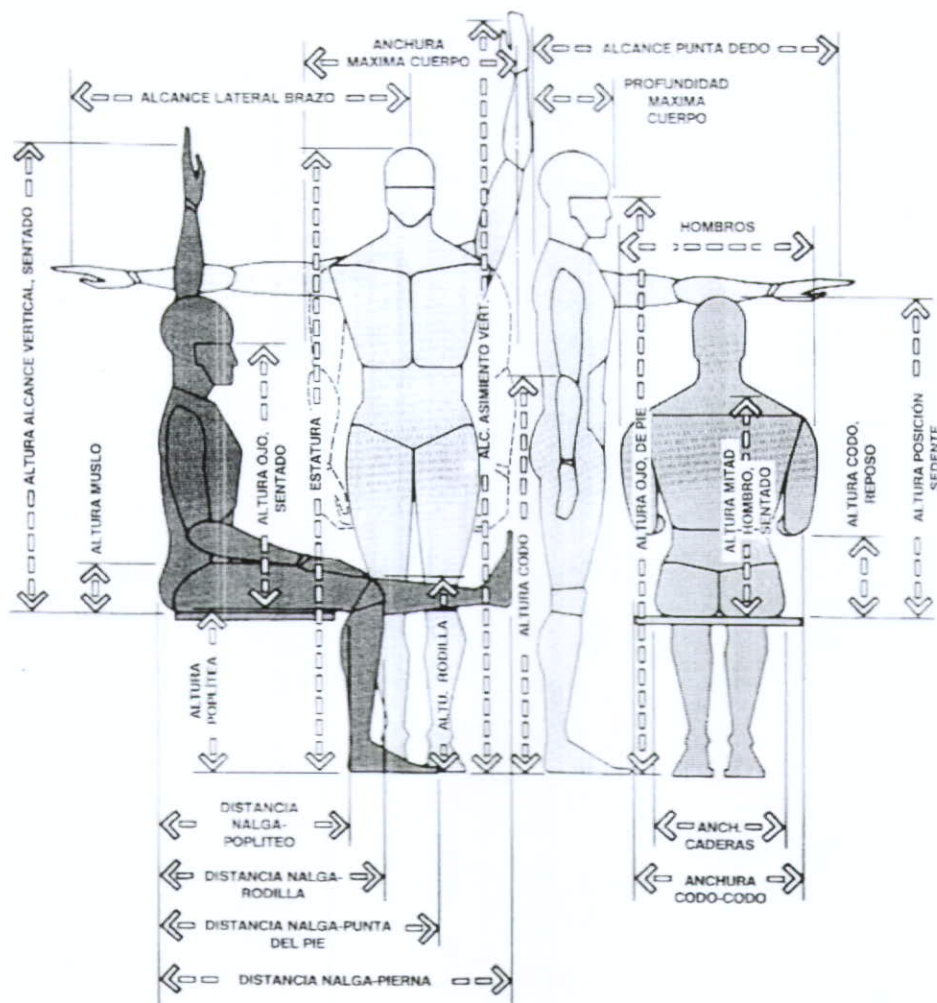


Figura 2.4. Dimensiones Humanas de mayor uso en el Diseño.

<sup>(6)</sup> PANERO, JULIUS, LAS DIMENSIONES HUMANAS EN LOS ESPACIOS INTERIORES, EDITORIAL GUSTAVO GILI, CUARTA EDICIÓN, BARCELONA 1983

## Percentiles

Fruto de las importantes variaciones dimensionales que se aprecian individualmente en el cuerpo humano, los promedios no prestan apenas servicio al diseñador. Por regla general, en la práctica la totalidad de los datos antropométricos se expresan en percentiles<sup>(6)</sup>.

Un ejemplo del primer percentil con magnitud del 99% indica que la población estudiada superaría esta dimensión. De igual manera, un percentil con magnitud del 95% en estatura diría que solo el 5% de la población en observación la sobrepasaría, mientras que el 95% restante tendrían alturas iguales o menores.

El percentil expresa el porcentaje de personas pertenecientes a una población que tienen una dimensión corporal de cierta medida (o menor). Los individuos por lo general tienen un orden distinto de percentil según las dimensiones consideradas. Acorde con el carácter del problema que suscita el diseño, este se combina para ajustarse al percentil 5 o al 95, y así servir a la mayor proporción de personas.

---

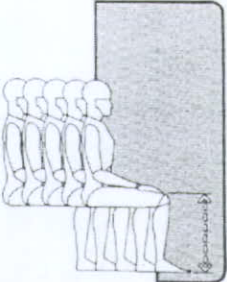
<sup>(6)</sup> PANERO, JULIUS, LAS DIMENSIONES HUMANAS EN LOS ESPACIOS INTERIORES, EDITORIAL GUSTAVO GILI, CUARTA EDICIÓN, BARCELONA 1983



## 2.5 Tablas antropométricas

Las siguientes tablas contienen datos que serán utilizados para el diseño de soportes de muslo y pierna<sup>(6)</sup>.

2



**ALTURA DE RODILLA**

Altura de rodilla\* de hombres y mujeres adultos, en pulgadas y centímetros, según edad, sexo y selección de percentiles†

	18 a 79 (Total)		18 a 24 Años		25 a 34 Años		35 a 44 Años		45 a 54 Años		55 a 64 Años		65 a 74 Años		75 a 79 Años	
	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm
HOMBRES	24.1	61,2	23.9	60,7	24.6	62,5	24.4	70,0	23.9	60,7	24.0	61,0	23.7	61,0	23.3	59,9
MUJERES	22.4	56,9	22.7	57,7	22.5	57,2	22.4	56,9	22.5	57,2	21.9	55,8	22.0	55,9	21.5	54,8
HOMBRES	23.4	59,4	23.4	59,4	23.7	61,0	23.4	59,4	23.3	59,9	23.1	58,7	22.9	58,7	22.7	57,7
MUJERES	21.5	54,6	21.6	54,9	21.6	54,9	21.5	54,6	21.6	54,9	21.4	54,4	21.0	53,3	20.9	53,1
HOMBRES	22.9	58,7	22.9	58,7	23.3	59,0	22.9	58,7	22.8	57,9	22.8	57,9	22.5	57,2	22.2	56,4
MUJERES	21.0	53,3	21.0	53,3	21.0	53,3	21.0	53,3	21.0	53,3	20.9	53,1	20.7	52,6	20.7	52,6
HOMBRES	22.4	57,0	22.5	57,2	22.7	57,7	22.5	57,2	22.4	57,0	22.2	56,4	21.9	55,6	21.7	55,1
MUJERES	20.5	52,1	20.6	52,3	20.6	52,3	20.6	52,3	20.5	52,1	20.4	51,8	20.1	51,1	20.2	51,3
HOMBRES	22.0	55,9	22.1	56,1	22.2	56,4	22.1	56,1	22.0	55,9	21.8	55,4	21.6	54,9	21.4	54,4
MUJERES	20.1	51,1	20.3	51,6	20.3	51,6	20.2	51,3	20.1	51,1	20.0	50,8	19.8	50,3	19.9	50,5
HOMBRES	21.7	55,1	21.8	55,4	21.9	55,6	21.8	55,4	21.7	55,1	21.4	54,4	21.3	54,1	21.0	53,3
MUJERES	19.8	50,3	20.0	50,8	20.0	50,8	19.9	50,5	19.8	50,3	19.7	50,0	19.5	49,5	19.6	49,8
HOMBRES	21.4	54,4	21.5	54,6	21.6	54,9	21.5	54,6	21.4	54,4	21.1	53,6	21.0	53,3	20.7	52,6
MUJERES	19.6	49,8	19.7	50,0	19.7	50,0	19.6	49,8	19.5	49,5	19.5	49,5	19.2	48,8	19.4	49,3
HOMBRES	21.1	53,6	21.2	53,8	21.3	54,1	21.2	53,5	21.1	53,6	20.8	52,8	20.7	52,6	20.4	51,8
MUJERES	19.3	49,0	19.5	49,5	19.4	49,3	19.4	49,3	19.2	48,8	19.2	48,8	19.0	48,3	19.2	48,8
HOMBRES	20.7	52,6	20.8	52,8	21.1	53,6	20.8	52,8	20.7	52,6	20.5	52,1	20.5	52,1	20.0	50,8
MUJERES	19.1	48,5	19.2	48,8	19.2	48,8	19.1	48,5	19.0	48,3	19.0	48,3	18.7	47,5	18.9	48,0
HOMBRES	20.4	51,8	20.5	52,1	20.6	52,3	20.4	51,8	20.3	51,6	20.2	51,3	20.2	51,3	19.6	49,8
MUJERES	18.6	47,2	18.9	48,0	18.8	47,8	18.8	47,8	18.5	47,0	18.6	47,2	18.4	46,7	18.4	46,7
HOMBRES	20.0	50,8	20.1	51,1	20.2	51,3	20.0	50,8	19.9	50,5	19.6	49,8	19.9	50,5	19.2	48,8
MUJERES	18.2	46,2	18.4	46,7	18.3	46,5	18.3	46,5	18.1	46,0	18.2	46,2	18.1	46,0	18.0	45,7
HOMBRES	19.3	49,0	19.4	49,3	19.8	50,3	19.4	49,3	19.3	49,0	19.1	48,5	19.2	48,8	19.0	48,3
MUJERES	17.9	45,5	18.1	46,0	18.0	45,7	18.0	45,7	17.6	44,7	17.8	45,2	17.8	45,2	17.3	43,9
HOMBRES	18.3	46,5	18.3	46,5	19.0	48,3	18.4	46,7	18.2	46,2	18.1	46,0	18.2	46,2	18.0	45,7
MUJERES	17.1	43,4	17.3	43,9	17.2	43,7	17.2	43,7	17.1	43,4	16.6	42,2	17.1	43,4	16.3	41,4

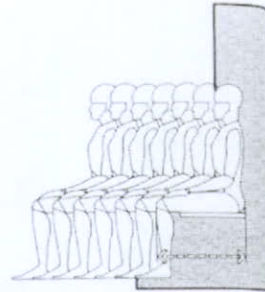
\* Definición de altura de rodilla: ver. Tabla 1M.  
† Medida bajo la cual descende el porcentaje de personas indicado en el grupo de edad dado.

Tabla 2.1. Altura de rodilla

<sup>(6)</sup> PANERO, JULIUS, LAS DIMENSIONES HUMANAS EN LOS ESPACIOS INTERIORES, EDITORIAL GUSTAVO GILI, CUARTA EDICIÓN, BARCELONA 1983

2

**LARGURA  
NALGA-  
RODILLA**



Largura nalga-rodilla\* de hombres y mujeres adultos en pulgadas y centímetros, según edad, sexo y selección de percentiles.†

	18 a 79 (Total)		18 a 24 Años		25 a 34 Años		35 a 44 Años		45 a 54 Años		55 a 64 Años		65 a 74 Años		75 a 79 Años		
	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	pulg.	cm	
99	HOMBRES	26.3	66.8	26.5	67.3	26.8	68.1	26.2	66.5	26.1	66.3	25.8	65.5	25.9	65.8	24.9	63.2
	MUJERES	25.7	65.3	25.6	65.0	25.6	65.0	25.9	65.8	25.5	64.8	25.7	65.3	25.9	65.8	24.7	62.7
95	HOMBRES	25.2	64.0	25.4	64.5	25.7	65.3	25.1	63.8	25.2	64.0	24.9	63.2	24.8	63.0	24.7	62.7
	MUJERES	24.6	62.5	24.6	62.5	24.6	62.5	24.7	62.7	24.6	62.5	24.7	62.7	24.6	62.5	23.9	60.7
90	HOMBRES	24.8	63.0	24.9	63.2	25.0	64.0	24.8	63.0	24.8	63.0	24.6	62.5	24.4	62.0	24.4	62.0
	MUJERES	24.0	61.0	23.9	60.7	24.0	61.0	24.0	61.0	24.1	61.2	24.0	61.0	23.9	60.7	23.5	59.7
80	HOMBRES	24.4	62.0	24.4	62.0	24.6	62.5	24.4	62.0	24.4	62.0	24.1	61.2	23.9	60.7	23.9	60.7
	MUJERES	23.4	59.4	23.3	59.2	23.5	59.7	23.5	59.7	23.5	59.7	23.4	59.4	23.4	59.4	22.9	58.2
70	HOMBRES	23.9	60.7	23.9	60.7	24.2	61.5	24.0	61.0	24.0	61.0	23.7	60.2	23.6	59.9	23.3	59.2
	MUJERES	22.9	58.2	22.9	58.2	23.0	58.4	23.0	58.4	22.9	58.2	22.9	58.2	22.9	58.2	22.6	57.4
60	HOMBRES	23.6	59.9	23.6	59.9	23.9	60.7	23.7	60.2	23.7	60.2	23.4	59.4	23.3	59.2	22.9	58.2
	MUJERES	22.6	57.4	22.5	57.2	22.7	57.7	22.7	57.7	22.6	57.4	22.6	57.4	22.6	57.4	22.4	56.9
50	HOMBRES	23.3	59.2	23.3	59.2	23.6	59.9	23.4	59.4	23.4	59.4	23.1	58.7	23.0	58.4	22.6	57.4
	MUJERES	22.4	56.9	22.2	56.4	22.4	56.9	22.5	57.2	22.4	56.9	22.3	56.6	22.2	56.4	22.2	56.4
40	HOMBRES	23.0	58.4	23.0	58.4	23.3	59.2	23.1	58.7	23.1	58.7	22.8	57.9	22.7	57.7	22.3	56.6
	MUJERES	22.1	56.1	21.9	55.6	22.1	56.1	22.2	56.4	22.1	56.1	22.0	55.9	21.9	55.6	21.9	55.6
30	HOMBRES	22.7	57.7	22.7	57.7	22.9	58.2	22.7	57.7	22.7	57.7	22.4	56.9	22.4	56.9	22.0	55.9
	MUJERES	21.7	55.1	21.6	54.9	21.8	55.4	21.9	55.6	21.7	55.1	21.7	55.1	21.5	54.6	21.4	54.4
20	HOMBRES	22.3	56.6	22.3	56.6	22.5	57.2	22.4	56.9	22.4	56.9	22.1	56.1	22.2	56.4	21.6	54.9
	MUJERES	21.3	54.1	21.3	54.1	21.4	54.4	21.5	54.6	21.3	54.1	21.3	54.1	21.2	53.8	21.0	53.3
10	HOMBRES	21.8	55.4	21.9	55.6	22.1	56.1	21.9	55.6	21.9	55.6	21.5	54.6	21.5	54.6	21.2	53.8
	MUJERES	20.9	53.1	20.8	52.8	21.0	53.3	21.1	53.6	20.9	53.1	20.9	53.1	20.6	52.3	20.3	51.6
5	HOMBRES	21.3	54.1	21.3	54.1	21.6	54.9	21.3	54.1	21.3	54.1	21.2	53.8	21.0	53.3	21.0	53.3
	MUJERES	20.4	51.8	20.3	51.6	20.5	52.1	20.5	52.1	20.3	51.6	20.3	51.6	20.2	51.3	19.9	50.5
	HOMBRES	20.3	51.6	20.4	51.8	20.8	52.8	20.3	51.6	20.4	51.8	19.6	49.8	20.1	51.1	20.2	51.3
	MUJERES	19.5	49.5	19.3	49.0	20.0	51.0	20.0	51.0	19.4	49.3	19.4	49.3	19.4	49.3	18.5	47.0

\* Definición de largura nalga-rodilla: ver Tabla 1P

† Medida bajo la cual desciende el porcentaje de personas indicado en el grupo de edad dado.

**Tabla 2.2** Distancia nalga - rodilla

## 2.6 Conclusión

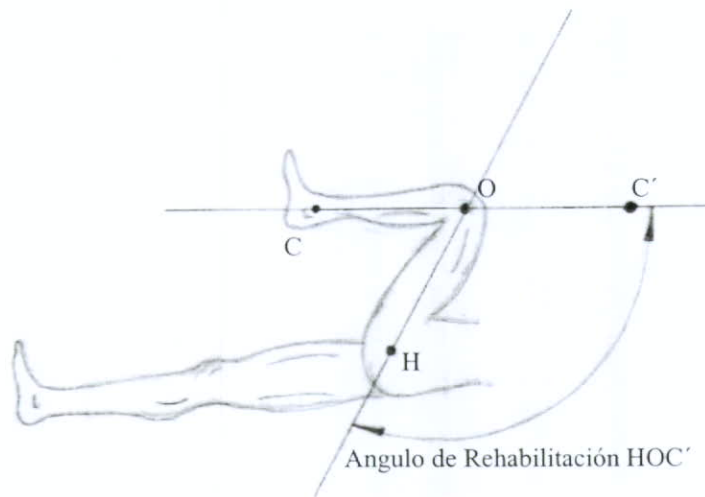
La rodilla es una de las articulaciones del cuerpo muy susceptible a lesiones traumáticas. Un paciente con problemas de rodilla encuentra diversos obstáculos dentro de su vida familiar, laboral, económica y deportiva. El manejo de rehabilitación a través de máquinas de movimiento continuo permiten proporcionar al paciente una movilización pasiva temprana, oportuna, ofreciendo la oportunidad de tener una recuperación funcional óptima. Esto hace que podamos considerar a los tratamientos de rehabilitación que utilizan máquinas de movimiento continuo como tratamientos eficientes.

Por otra parte, la importancia de un estudio de antropometría en este trabajo se debe al hecho de que se desea diseñar un equipo en el que se tiene un estado de interfase Hombre-Máquina. La antropometría al estudiar las dimensiones del cuerpo humano nos brinda la información necesaria para el diseño de los eslabones y soportes de la pierna. Los datos antropométricos usados en este trabajo fueron obtenidos a partir de tablas, en las que se tabula las dimensiones de extremidades del cuerpo. La antropometría como herramienta de diseño es de suma importancia, sin embargo el diseñador debe utilizar el sentido común siempre que haga uso de esta información.

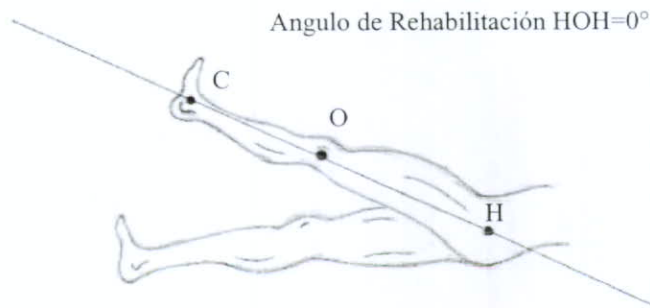
# CAPITULO 3: MOVILIZADOR DE RODILLA ACTUAL

## 3.1 Definición de ángulo de rehabilitación

El objetivo de un movilizador de rodilla es el de generar un movimiento con el que se alcance un ángulo de flexión específico entre muslo y pierna. Dicho ángulo de flexión se llama ángulo de rehabilitación y se define como el ángulo formado entre el muslo y la proyección de la pierna ( *Dibujo 3.1* ).



H – Centro articular de Cadera  
O – Centro articular de Rodilla  
C – Centro articular de Tobillo

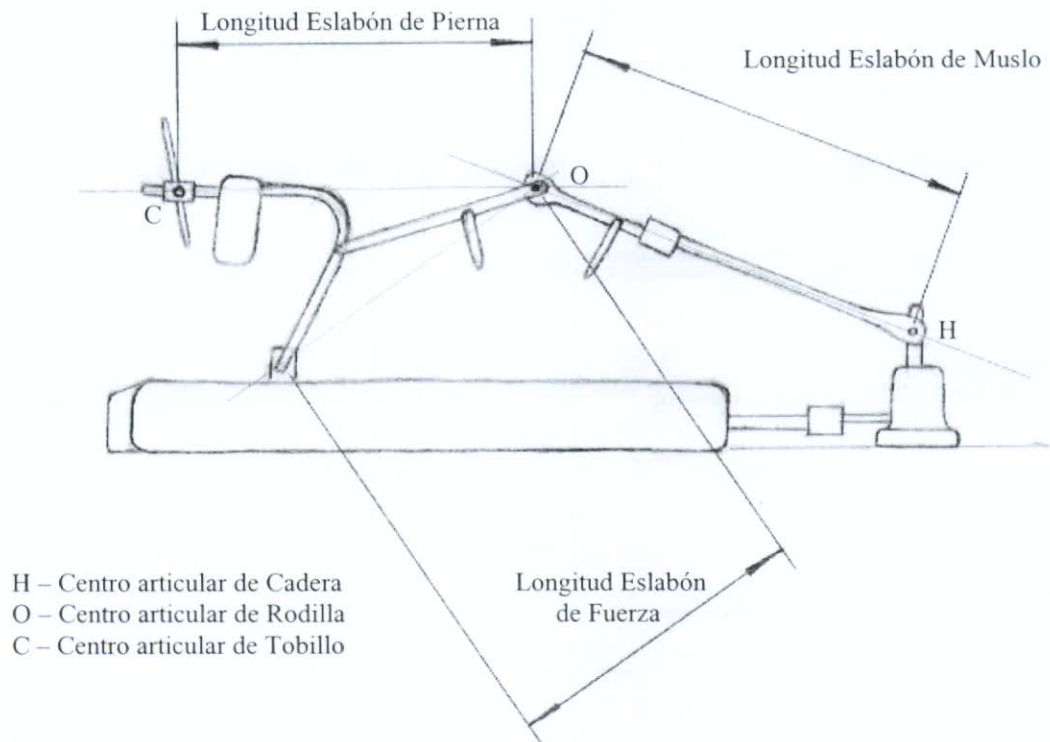


*Dibujo 3.1.* Definición de ángulo de rehabilitación y ejemplo.



### 3.2 Mecanismo y especificaciones

El movilizador de rodilla actual utiliza un mecanismo biela-corredera-manivela. El siguiente dibujo (*Dibujo 3.2*) muestra este mecanismo.



*Dibujo 3.2* Mecanismo Biela-Corredera-Manivela de maquina de movimiento pasivo actual.

La manivela corresponde al eslabón de muslo, la longitud de este eslabón puede ser ajustable dependiendo de las dimensiones de la extremidad del paciente. El eslabón de fuerza y el eslabón de pierna se encuentran unidos formando un solo cuerpo. El eslabón de fuerza representa a la biela del mecanismo la cual se encuentra unida a una corredera que es movida por un tornillo de potencia. Las características de movimiento del mecanismo dependen del movimiento de la corredera. El punto H corresponde a la posición del centro articular de cadera, el cual puede ser ajustado en la dirección horizontal.



Especificaciones :

- Rango de Angulo de Rehabilitación:  $-5^{\circ}$  a  $110^{\circ}$
- Velocidad variable desde 1 golpe cada 2 minutos (0.5 golpes/min) hasta 1 golpe cada  $7 \frac{1}{2}$  minutos (0.13 golpes/min)
- 120 Volts AC, 50/60 Hz, 1 amp
- Dimensiones 25 cm X 122 cm X 46 cm
- Peso 15.4 kg

Una hoja de especificaciones para este producto se muestra a continuación ( *Figura 3.1* ).

JUN-19-93 MON 19:11W COOK GLOBAL IMPT-EXPT 114 573 1283 P.00

## AUTOFLEX II CONTINUOUS PASSIVE MOTION

SPECIFICATIONS


**DESCRIPTION**

- Knee range of motion:  $-5^{\circ}$  to  $110^{\circ}$
- Speed variable from one stroke per 2 minutes to one stroke every  $7 \frac{1}{2}$  minutes
- One-year warranty on AutoFlex II unit
- AutoFlex II UL approved

AutoFlex II Cat. No. 7170  
Single patient liner kit Cat. No. 10490  
Bed strap Cat. No. 10442

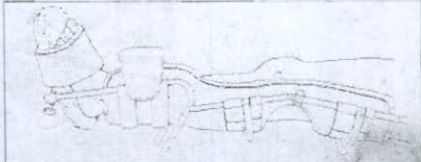
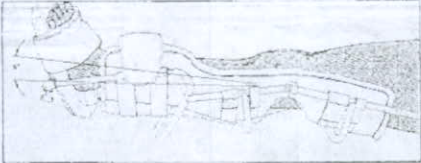
**INPUT POWER REQUIREMENTS**

120 Volts 50/60 Hz, 1 amp  
Solid state electronics



**SIZE**

10' x 48' x 15"  
(254cm x 122cm x 46cm)  
Weight: 34 lbs. (15.4kg)



Straps should be tightened as far as is possible for hyper-extension support, allowing five to eight degrees of adjustment.

Straps should be loosened for maximum patient comfort or for altering starting angle of knee joint for treatment.

L.A.  
CRUZ

*Cook Global Import & Export*

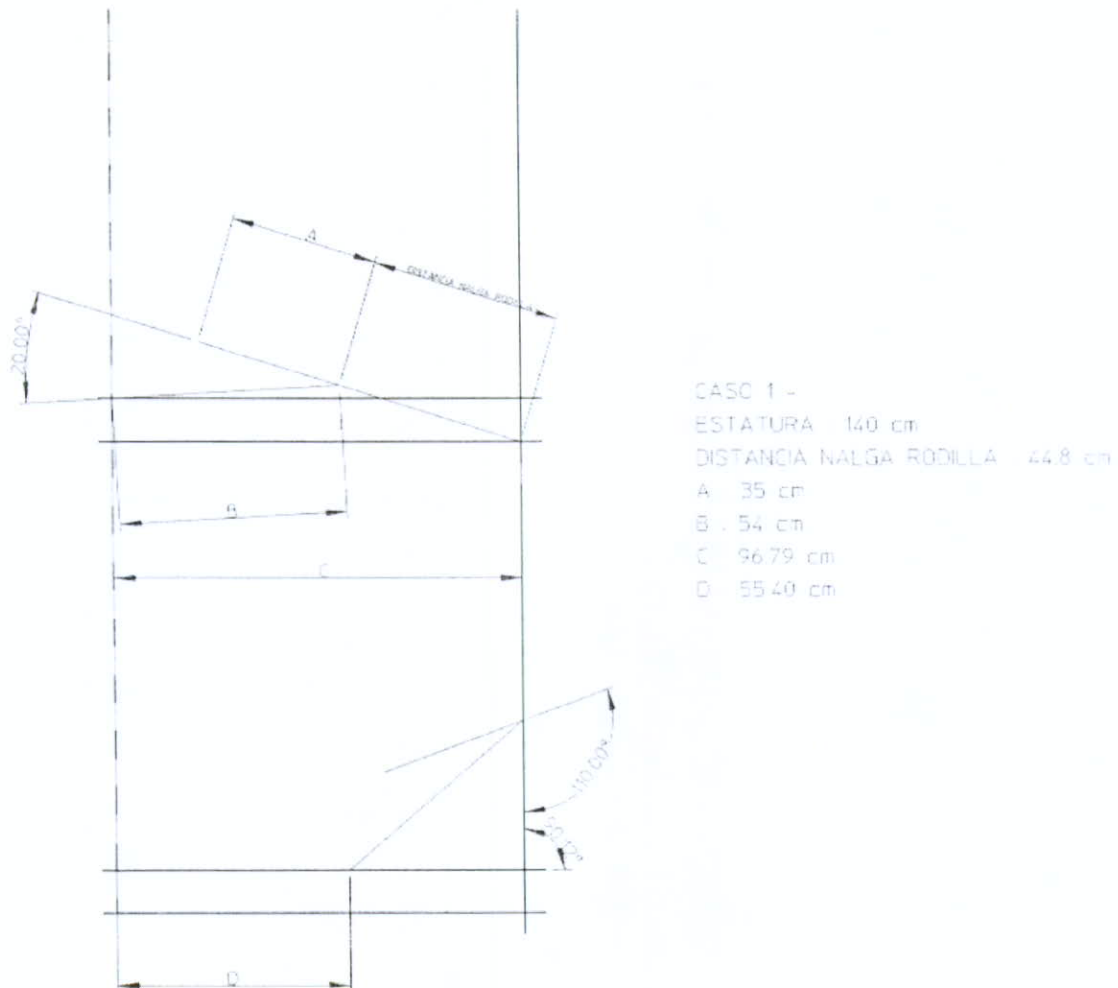
*Figura 3.1* Hoja de Especificaciones

### 3.3 Cinemática de mecanismo

#### 3.3.1 Estudio de posición

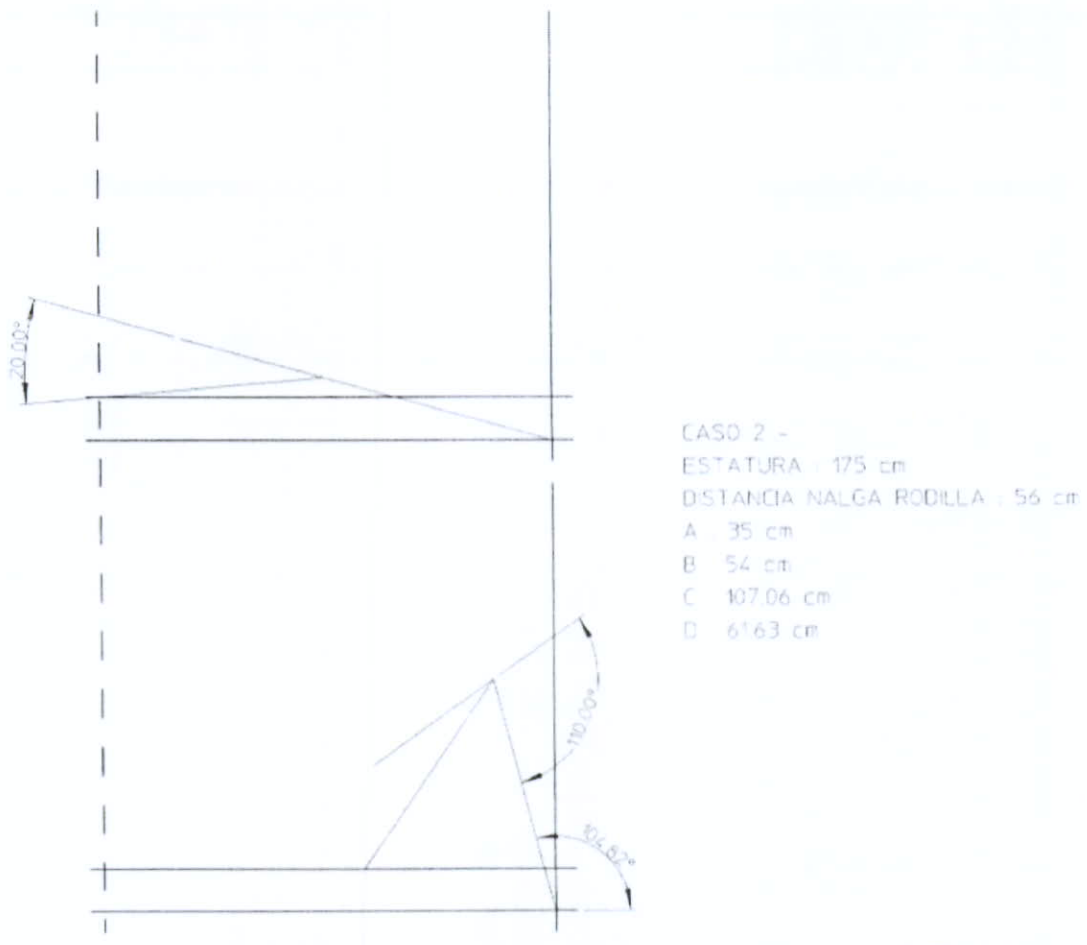
Un análisis de posición nos permite saber la carrera además de las distancias y ángulos de ajuste de los eslabones. El siguiente análisis de posición es un análisis gráfico que muestra el arreglo del mecanismo para  $0^\circ$  de ángulo de rehabilitación y  $110^\circ$  de ángulo de rehabilitación considerando tres casos. El primer caso ( *Figura 3.2* ) es para una persona con estatura de 1.40 m, el segundo caso ( *Figura 3.3* ) es para una estatura de 1.75m, el último caso ( *Figura 3.4* ) corresponde a una estatura de 2 m.

#### MECANISMO DE MOVILIZADOR DE RODILLA ACTUAL

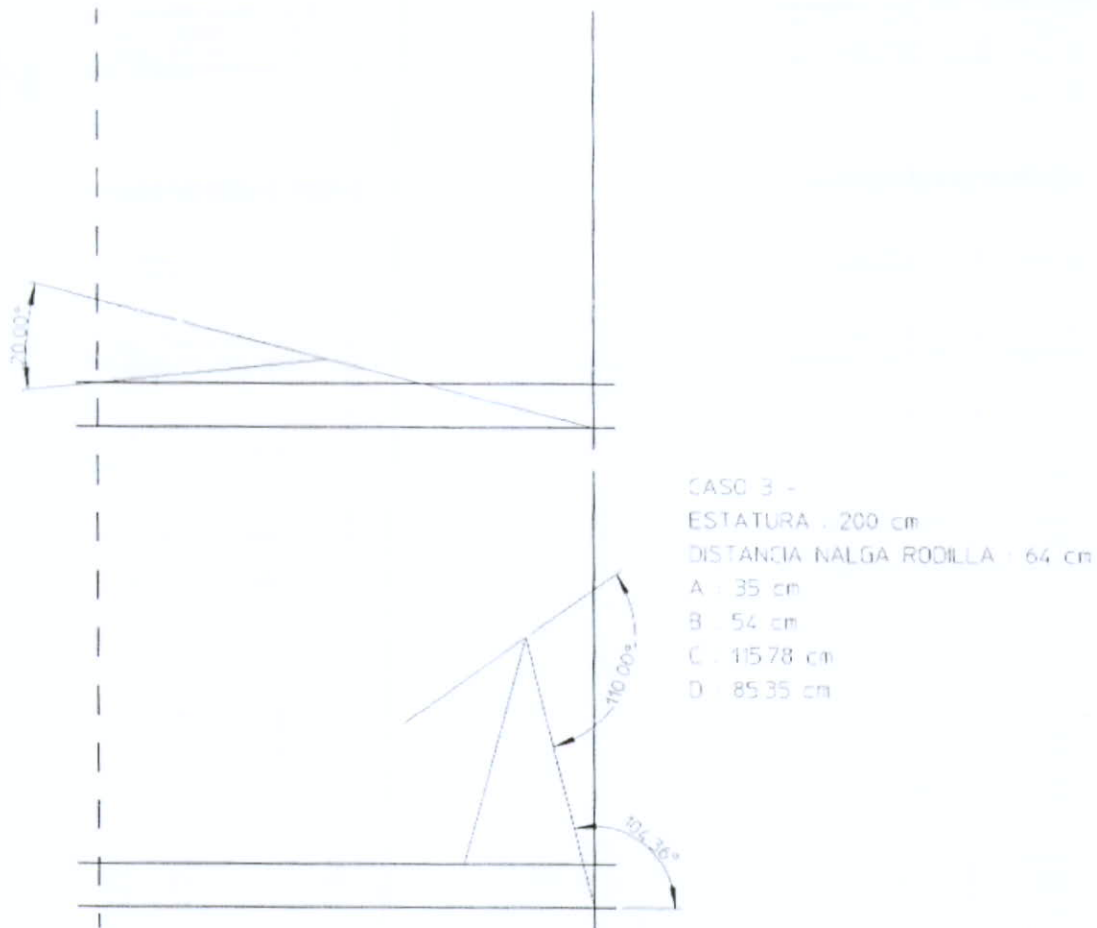


*Figura 3.2* Primer Caso

La distancia «c» corresponde a la longitud medida desde el punto de inicio de carrera (el punto donde inicia el movimiento la corredera) hasta la cadera. La distancia «d» corresponde a la carrera de la corredera, necesaria para alcanzar un ángulo de rehabilitación de 110°.



**Figura 3.3** Segundo Caso



**Figura 3.4** Tercer Caso

Los resultados obtenidos por parte de este análisis muestran una gran diferencia en la carrera recorrida por la corredera en los 3 casos. El sistema de control de esta máquina debe contemplar estos cambios. No solo debe ser capaz de controlar la carrera de la corredera para alcanzar un ángulo de rehabilitación comprendido entre  $0^\circ$  y  $110^\circ$  sino además debe de ajustarse a los cambios producidos por las distintas longitudes de eslabones.

Otro aspecto importante que debe ser mencionado, son los valores del ángulo formado entre la horizontal y el muslo en la posición en la que se llega al ángulo de rehabilitación de  $110^\circ$ . En el primer caso este ángulo tiene un valor de  $90.12^\circ$ , para el segundo caso es de  $104.82^\circ$ , mientras que para el tercero es de  $104.36^\circ$ . Conforme la longitud del eslabón de muslo aumenta este ángulo también tiende



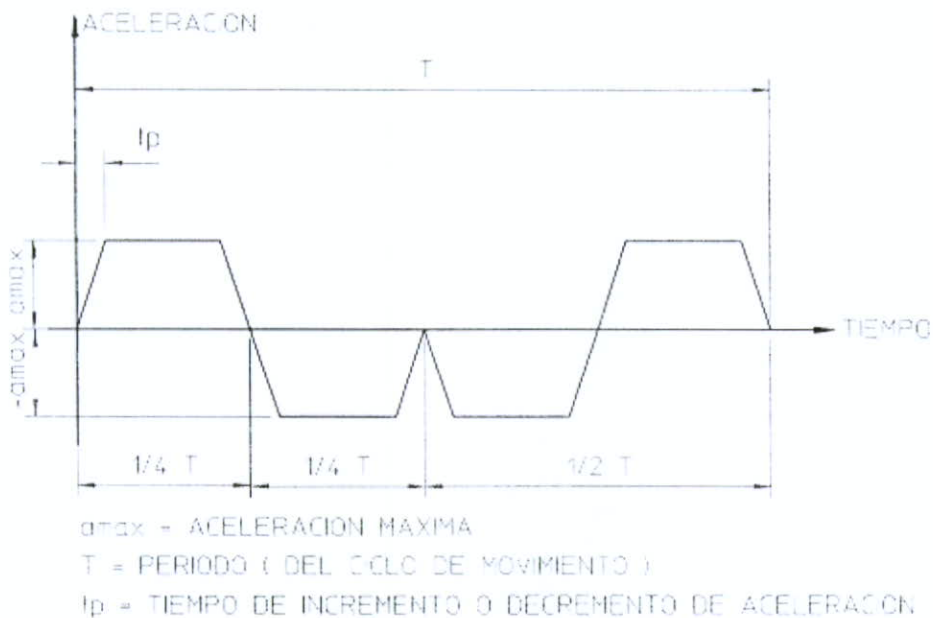
a aumentar. El valor que este ángulo puede tomar afecta al confort del movimiento de rehabilitación. Valores pequeños de este ángulo significan una mayor flexión del muslo produciendo posiciones incómodas para el paciente.

### 3.4 Simulación

#### 3.4.1 Funciones de entrada al sistema

Para realizar el movimiento alternativo de la corredera fue escogido un tornillo de potencia. Las características cinemáticas del movimiento de la corredera afectan el movimiento de los eslabones en el mecanismo. El diseño de curvas de aceleración y velocidad para el movimiento de la corredera es sumamente importante, ya que se debe evitar los choques, impactos o cambios de velocidad bruscos durante el movimiento del mecanismo. Este es un requerimiento del movimiento de rehabilitación, debido a que pacientes con cirugía de rodilla pueden ser afectados por un mal tratamiento de rehabilitación.

La primera curva diseñada fue la curva de aceleración de la corredera (*Figura 3.5*).



*Figura 3.5* Características de la curva de aceleración de la corredera

La curva de aceleración está formada por una serie de trapecios, cuyas rampas necesitan un tiempo  $t_p$  para alcanzar los valores máximos de aceleración. El periodo ( $T$ ) es el tiempo necesario para completar un ciclo de movimiento, el cual está comprendido por una carrera de avance y retroceso.

Por medio de la integración de esta curva podemos obtener la curva de velocidad y posición de la corredera con respecto al tiempo.

La carrera realizada por la corredera la podemos saber a partir de la curva de posición. Dicho parámetro está en función del valor de la aceleración máxima (  $a_{max}$  ), del tiempo de incremento de velocidad (  $t_p$  ) y del periodo (  $T$  ). La función que los relaciona aparece abajo:

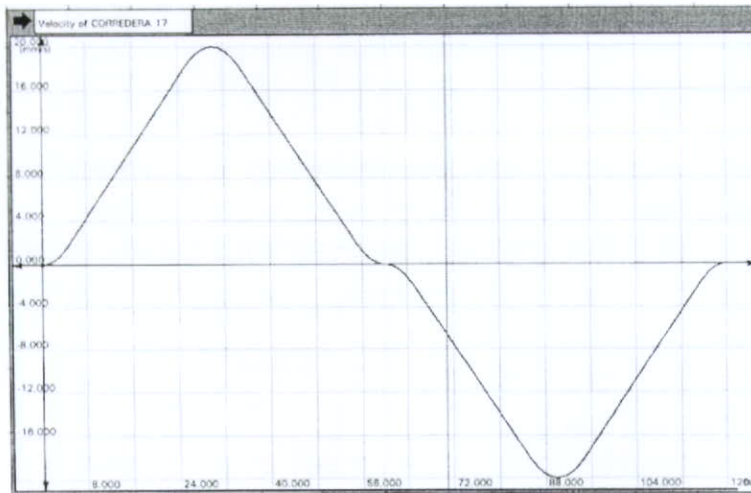
$$a_{max} = \frac{\text{Carrera}}{\left( \frac{1}{16} \cdot T^2 + \frac{1}{4} \cdot T \cdot t_p \right)}$$

A continuación aparece un ejemplo donde se muestran los perfiles obtenidos por medio de esta serie de integraciones. Los valores de los parámetros son los siguientes:

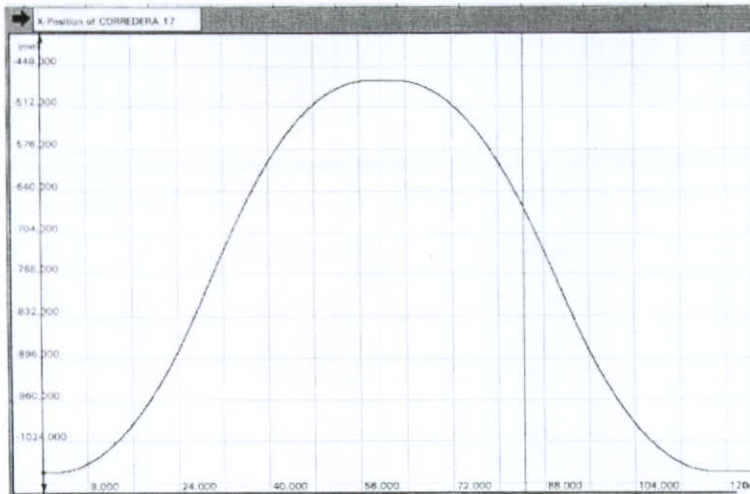
- Carrera = 600 mm
- $t_p = 5$  seg
- $T = 120$  seg
- $a_{max} = 0.8$  mm/seg<sup>2</sup>



**Figura 3.6** Aceleración de la Corredera con respecto al tiempo.



**Figura 3.7** Velocidad de la Corredera con respecto al tiempo.



**Figura 3.8** Posición de la Corredera con respecto al tiempo

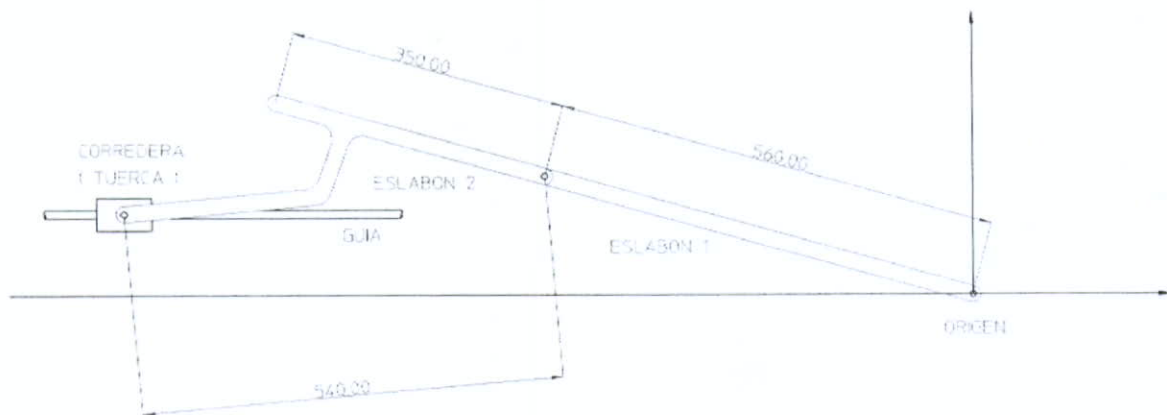
La **Figura 3.6**, **Figura 3.7** y **Figura 3.8** muestran los valores de aceleración, velocidad y posición de la corredera con respecto al tiempo. Estas curvas serán las funciones de entrada al sistema que serán utilizadas durante la simulación. Obsérvese como en ningún momento existe una discontinuidad o cambio brusco en ninguna de las curvas. Estos perfiles nos permiten obtener un movimiento suave en el mecanismo.



### 3.4.2 Resultados de Simulación

Una vez definidas las funciones de entrada al sistema se necesita fijar ciertos valores a diversos parámetros antes de realizar la simulación.

El *Dibujo 3.3* muestra el mecanismo que será simulado. En este dibujo aparecen los nombres y dimensiones de los elementos que forman el mecanismo.



*Dibujo 3.3* Dimensiones y nomenclatura del mecanismo que constituye la máquina de movimiento pasivo actual.

Los valores de los parámetros de simulación se muestran a continuación:

ELEMENTO	MASA ( kg )	LONGITUD DE EXTREMIDAD ( mm )
Eslabón 1	0.995	560.0
Eslabón 2	0.740	350.0
Tuerca	0.380	-

CARRERA	0.600 m
---------	---------

Condiciones de Carga (Carga Externa aplicada al Mecanismo)

CUERPO	MASA ( Kg )
Peso de la Persona	110.0
Peso de la Extremidad	27.5
Peso del Muslo	14.5
Peso de la Pierna	13.0

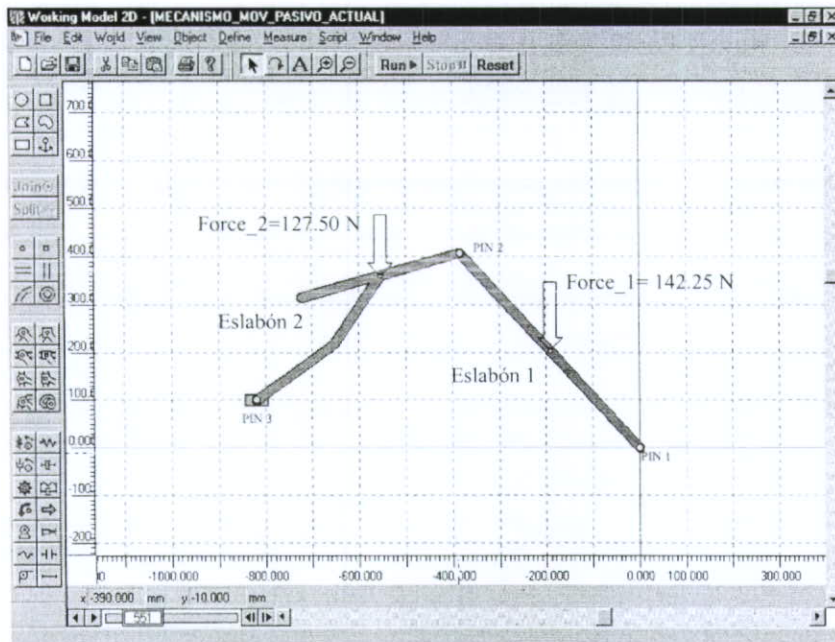
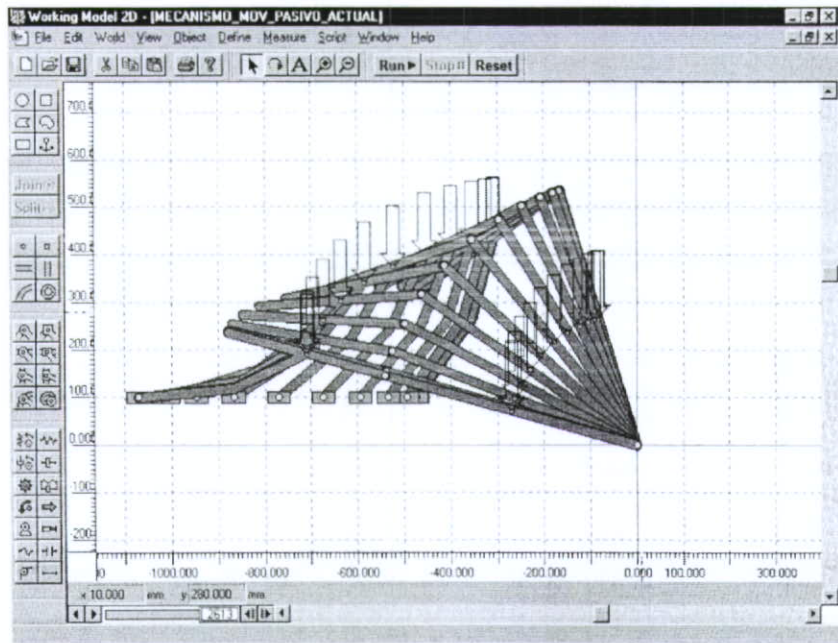
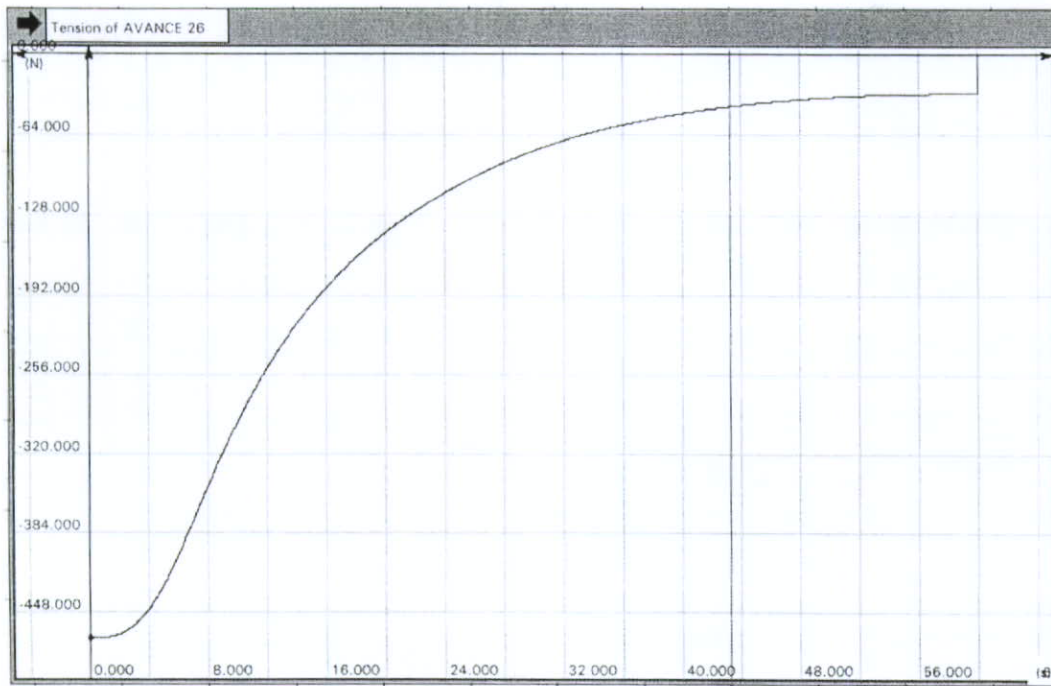


Figura 3.9 Fuerzas externas aplicadas al mecanismo

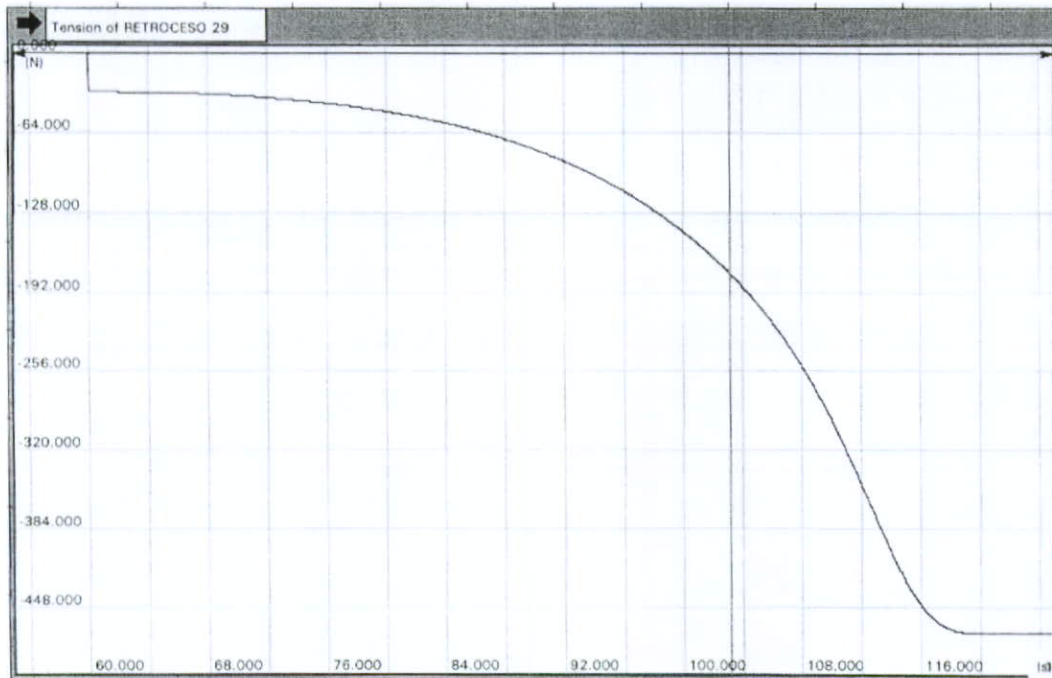


*Figura 3.10* Trayectoria descrita durante el movimiento del mecanismo

A continuación se muestran algunas mediciones hechas durante la simulación. Recuérdese que el movimiento del mecanismo durante la simulación se hizo en base a las curvas de posición, velocidad y aceleración mostradas en la *Figura 3.6*, *Figura 3.7* y *Figura 3.8*.

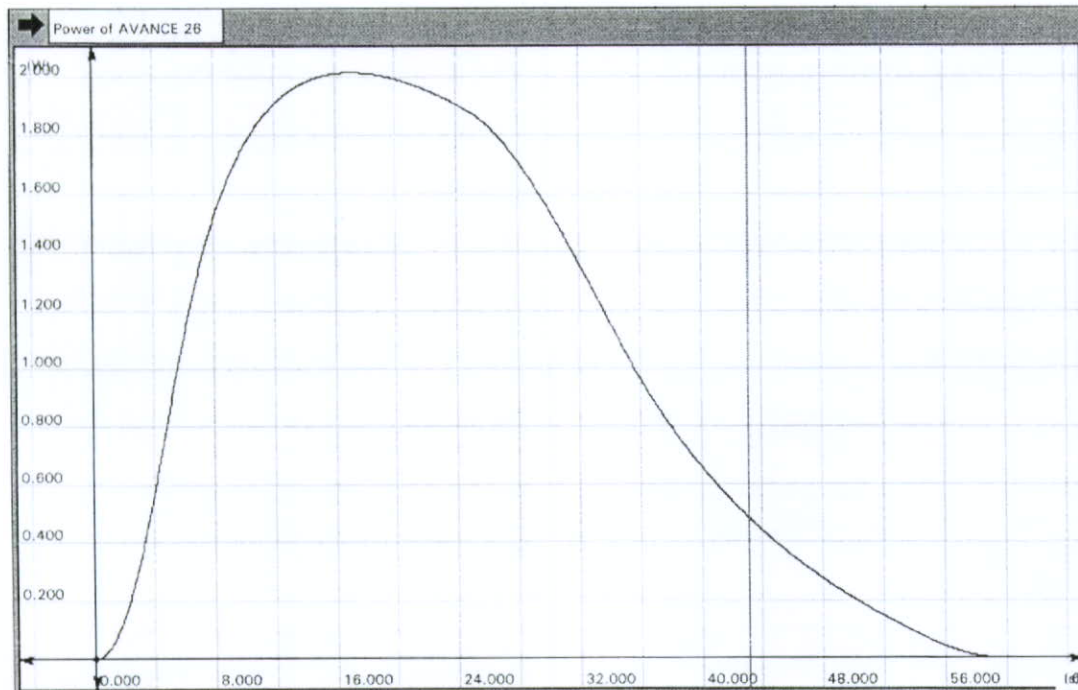


**Figura 3.11** Fuerza aplicada por el tornillo de potencia a la corredera durante la carrera de avance. Obsérvese como la fuerza máxima requerida ( 470 N ) es aplicada durante la etapa inicial del movimiento

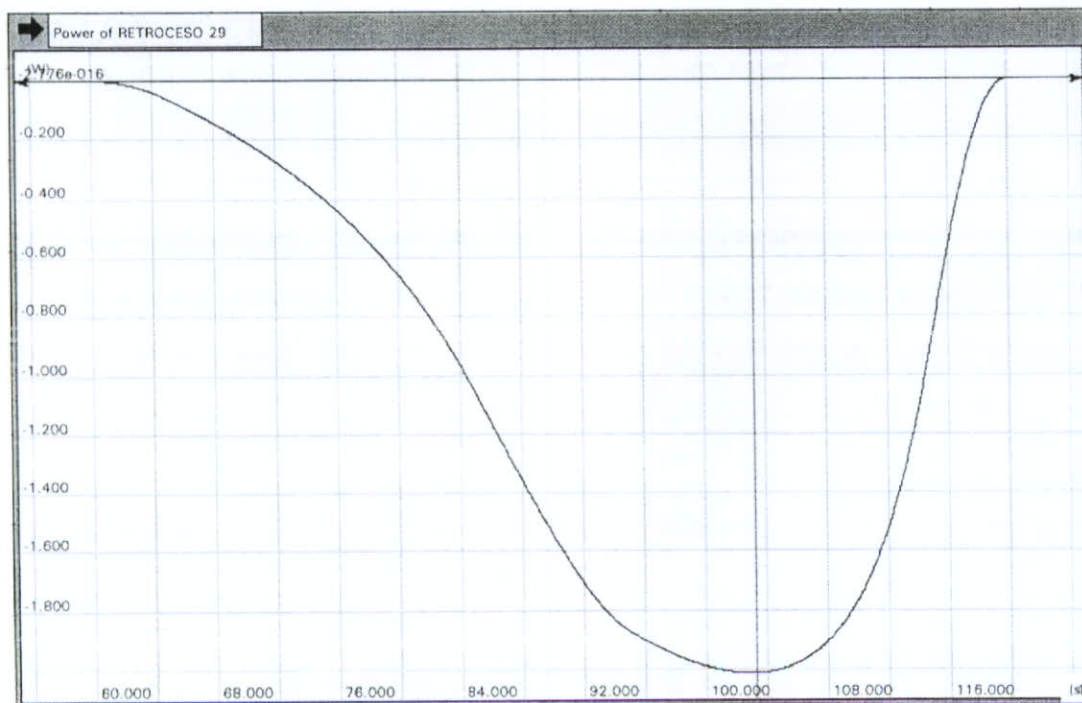


**Figura 3.12** Fuerza aplicada por el tornillo de potencia a la corredera durante la carrera de retorno. Esta curva es simétrica a la curva mostrada en la **Figura 3.11**





**Figura 3.13** Potencia entregada al mecanismo por el tornillo de potencia durante la carrera de avance. El pico de potencia requerido tiene un valor aproximado de 2 Watts.



**Figura 3.14** Potencia entregada al mecanismo por el tornillo de potencia durante la carrera de retorno. Es importante mencionar la relación de simetría existente entre esta curva y la de la **Figura 3.13**

### **3.5 Conclusión**

Uno de los problemas que se tiene en el diseño de una máquina de movimiento continuo o movilizador de rodilla es el de mover una extremidad del cuerpo humano cuya longitud varía dentro de un cierto rango, a una cierta posición específica.

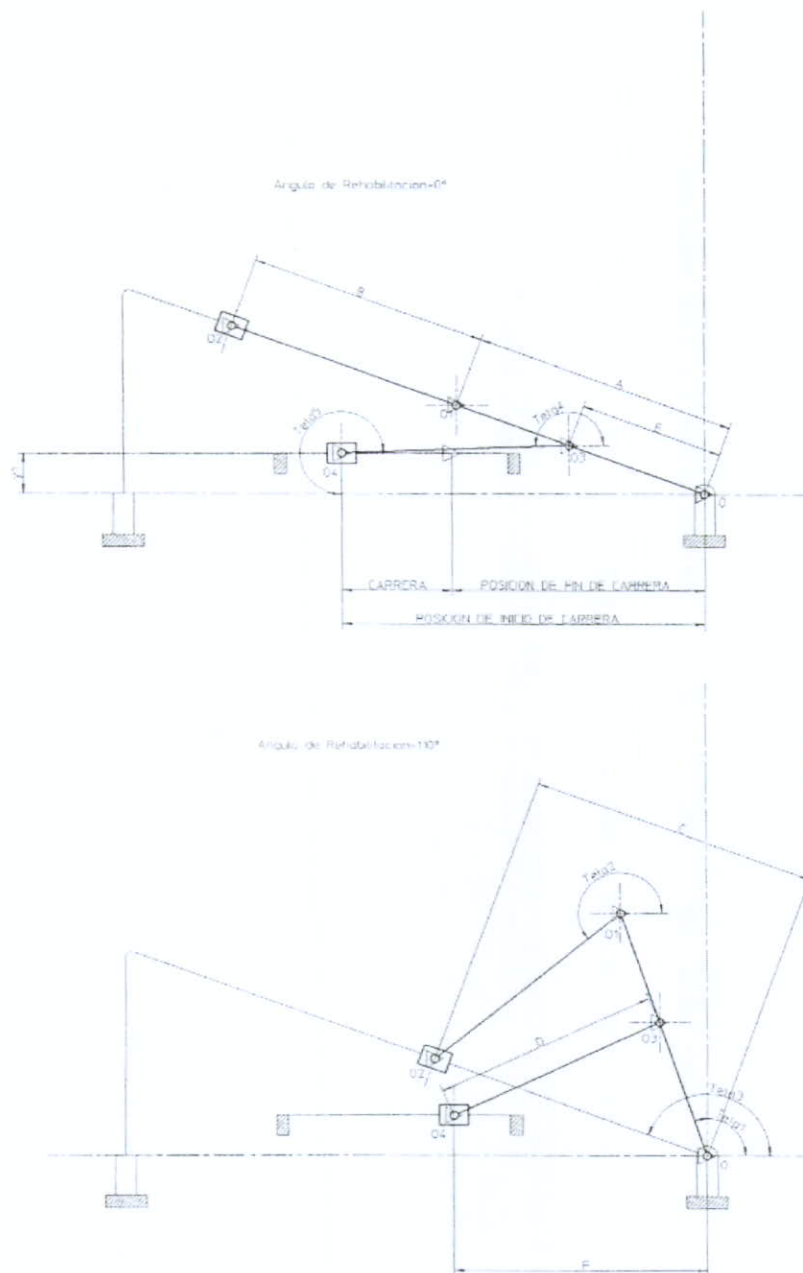
En el caso del movilizador de rodilla actual encontramos un problema de control de desplazamiento de la corredera. Esto se descubrió a partir de un análisis de posición en el cual se estudiaron 3 casos en los que se tuvieron distintas longitudes de extremidad. Fue encontrado que la carrera de desplazamiento necesaria para alcanzar un ángulo de rehabilitación específico no se mantiene constante. Esto trae como consecuencia el diseño de un sistema de control de posición en el que se necesita una retroalimentación del ángulo de flexión entre muslo y pierna. También fue encontrado que para ciertas longitudes de extremidad se pueden tener posturas de rehabilitación incómodas al alcanzar el ángulo de rehabilitación de  $110^\circ$ .

En este capítulo se realizó una simulación de movimiento del mecanismo. Para ello fueron diseñadas curvas de aceleración y velocidad que permiten tener un movimiento libre de impactos, choques o vibración. Los resultados obtenidos a partir de la simulación son valores de fuerza y potencia necesarios para generar el movimiento con las características cinemáticas mencionadas. Esta información nos permite comparar la máquina actual con otros sistemas.

# CAPITULO 4: PROPUESTA DE MOVILIZADOR DE RODILLA

## 4.1 Propuesta de movilizador de rodilla

La propuesta de un movilizador de rodilla aparece en el siguiente dibujo (*Dibujo 4.1*).



*Dibujo 4.1* Propuesta de Movilizador de Rodilla

Como se puede observar ( *Dibujo 4.1* ), el mecanismo está formado por la unión de dos mecanismos Manivela-Biela-Corredera-. Existen varias cotas con las cuales se dimensionan la longitud y posición angular de varios eslabones. Otras cotas dan la localización de las correderas.

Eslabones, correderas y guías en el mecanismo:

Distancia A – Corresponde al eslabón del Muslo

Distancia B – Corresponde al eslabón de Pierna

Distancia C – Localización de la Corredera de Talón sobre la guía del mecanismo de soporte

Distancia D – Biela de mecanismo de fuerza

Distancia E – Manivela de mecanismo de fuerza

Distancia F – Localización de la Corredera sobre la guía del mecanismo de fuerza

El mecanismo formado por los eslabones A, B y la guía C será nombrado mecanismo de soporte. Mientras el formado por los eslabones D, E y la guía F será nombrado mecanismo de Fuerza o Potencia. El mecanismo de soporte como su nombre lo indica, sus barras o eslabones soportarán a la pierna mientras, el movimiento de este mecanismo será producido por la fuerza que le transmita el mecanismo de fuerza o potencia.

Pasadores en el mecanismo:

Punto O – Cadera

Punto O1 – Rodilla

Punto O2 – Tobillo

Punto O3 – Pasador de Unión

Punto O4 – Pasador de Unión con Guía

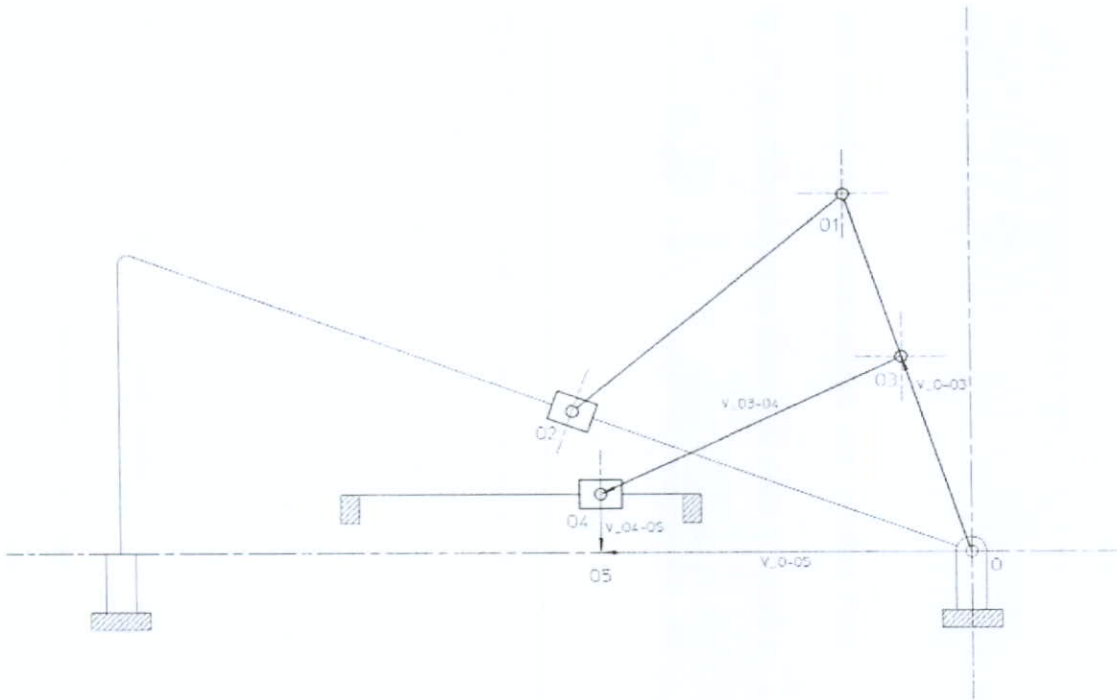
Los ángulos de cada eslabón aparecen también en el ( *Dibujo 4.1* ). La distancia “y1” es la posible distancia vertical entre la guía del mecanismo de fuerza y la cadera. El mecanismo es presentado en dos posiciones, la primera (ángulo de rehabilitación  $0^\circ$  ), sería la posición de inicio de carrera para cualquier terapia de rehabilitación, la segunda (ángulo de rehabilitación  $110^\circ$  ), corresponde al ángulo flexión máximo utilizado en una terapia.



## 4.2 Cinemática de mecanismo

### 4.2.1 Análisis de posición

Este análisis nos permite conocer la posición de cualquier punto del mecanismo a partir del valor de la posición de la corredera del mecanismo de potencia. El conocer las funciones que relacionan las posiciones de los eslabones nos puede ayudar en la selección de las longitudes de los eslabones y del ángulo de las guías necesario para producir un movimiento de rehabilitación cómodo para el paciente. El primer análisis de posición se hizo en el mecanismo de potencia, el diagrama de vectores de circuito cerrado se muestra en el siguiente dibujo (*Dibujo 4.2*).



*Dibujo 4.2* Diagrama de Vectores de Circuito Cerrado para mecanismo de potencia

Análisis de Posición Mecanismo de Potencia

Vectores de Posición y Vectores de Diferencia de Posición (respecto punto O):

$$V_{O-03} = E \cdot e^{i \cdot (\theta_1)}$$

$$V_{03-04} = D \cdot e^{i \cdot (\theta_4)}$$

$$V_{O4-O5} = y_1 \cdot e^{i \cdot (270 \text{ deg})}$$

$$V_{O-O5} = F \cdot e^{i \cdot (180 \text{ deg})}$$

Las magnitudes de los vectores así como sus ángulos se pueden ver en el **Dibujo 4.1**.

Ecuación de Circuito cerrado ( Loop vector equation ):

$$V_{O-O3} + V_{O3-O4} + V_{O4-O5} = V_{O-O5}$$

$$E \cdot e^{i \cdot (\theta_1)} + D \cdot e^{i \cdot (\theta_4)} + y_1 \cdot e^{i \cdot (270 \text{ deg})} = F \cdot e^{i \cdot (180 \text{ deg})}$$

$$E \cdot \cos(\theta_1) + D \cdot \cos(\theta_4) + i \cdot (E \cdot \sin(\theta_1) + D \cdot \sin(\theta_4) - y_1) = F$$

Separando la parte real e imaginaria, obtenemos:

$$E \cdot \cos(\theta_1) + D \cdot \cos(\theta_4) = F$$

$$E \cdot \sin(\theta_1) + D \cdot \sin(\theta_4) - y_1 = 0$$

Dado los parámetros conocidos ( E, D, y1 ), se busca encontrar los valores de  $\theta_1$  y  $\theta_4$ , para un valor dado F.

$$D \cdot \cos(\theta_4) = F - E \cdot \cos(\theta_1)$$

$$D \cdot \sin(\theta_4) = E \cdot \sin(\theta_1) + y_1$$

Para las dos ecuaciones anteriores, elevamos ambos extremos de la igualdad al cuadrado.

$$(D \cdot \cos(\theta_4))^2 = (F - E \cdot \cos(\theta_1))^2$$

$$(D \cdot \sin(\theta_4))^2 = (E \cdot \sin(\theta_1) + y_1)^2$$

$$D^2 \cdot \cos^2(\theta_4) = F^2 + 2 \cdot E \cdot \cos(\theta_1) \cdot F + E^2 \cdot \cos^2(\theta_1)$$

$$D^2 \cdot \sin^2(\theta_4) = E^2 \cdot \sin^2(\theta_1) + 2 \cdot E \cdot \sin(\theta_1) \cdot y_1 + y_1^2$$

Sumando las dos expresiones anteriores tenemos:

$$D^2 \cdot \cos^2(\theta_4) + D^2 \cdot \sin^2(\theta_4) = F^2 + 2 \cdot E \cdot \cos(\theta_1) \cdot F + E^2 \cdot \cos^2(\theta_1) + \left[ E^2 \cdot \sin^2(\theta_1) - 2 \cdot E \cdot \sin(\theta_1) \cdot y_1 + y_1^2 \right]$$

$$D^2 = F^2 + 2 \cdot E \cdot \cos(\theta_1) \cdot F + E^2 - 2 \cdot E \cdot \sin(\theta_1) \cdot y_1 + y_1^2$$

$$2 \cdot E \cdot \sin(\theta_1) \cdot y_1 - 2 \cdot E \cdot \cos(\theta_1) \cdot F = F^2 + E^2 + y_1^2 - D^2$$

$$y_1 \cdot \sin(\theta_1) - F \cdot \cos(\theta_1) = \frac{F^2 + E^2 + y_1^2 - D^2}{2 \cdot E}$$

Llamaremos a la expresión de la derecha K.

$$K = \frac{F^2 + E^2 + y_1^2 - D^2}{2 \cdot E}$$

$$y_1 \cdot \sin(\theta_1) - F \cdot \cos(\theta_1) = K$$

$$F \cdot \cos(\theta_1) = y_1 \cdot \sin(\theta_1) - K$$

$$(F \cdot \cos(\theta_1))^2 = (y_1 \cdot \sin(\theta_1) - K)^2$$

$$F^2 \cdot \cos^2(\theta_1) = y_1^2 \cdot \sin^2(\theta_1) - 2 \cdot y_1 \cdot \sin(\theta_1) \cdot K + K^2$$

$$F^2 \cdot (1 - \sin^2(\theta_1)) = y_1^2 \cdot \sin^2(\theta_1) - 2 \cdot y_1 \cdot \sin(\theta_1) \cdot K + K^2$$

$$\left[ (y_1^2 + F^2) \cdot \sin^2(\theta_1) - 2 \cdot y_1 \cdot K \cdot \sin(\theta_1) + (K^2 - F^2) \right] = 0 \quad \text{Ecuación 4.1}$$

Esta última expresión (**Ecuación 4.1**) es un polinomio del tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ . Su solución se encuentra a partir del siguiente programa:

$$\theta_1(E, D, y_1, F) = \begin{cases} K - \frac{F^2 + E^2 + (y_1)^2 - D^2}{2 \cdot E} \\ a = [(y_1)^2 + F^2] \\ b = (2 \cdot y_1 \cdot K) \\ c = (K^2 - F^2) \\ \text{discr} = (b^2 - 4 \cdot a \cdot c) \\ \text{SinAngulo} = \left( \frac{-b + \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \right) \text{ if } -1 \leq \left( \frac{-b + \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \right) \leq 1 \\ \text{SinAngulo} = \left( \frac{-b - \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \right) \text{ otherwise} \\ (180 \text{ deg}) - \text{asin}(\text{SinAngulo}) \end{cases}$$

Debido al cuadrante en el que varía  $\theta_4$  ( $90^\circ < \theta_4 < 270^\circ$ ), se tiene lo siguiente:

$$D \cdot \sin \theta_4 = E \cdot \sin(\theta_1) + y_1$$

$$\sin \theta_4 = \frac{E \cdot \sin(\theta_1) + y_1}{D}$$

$$\theta_4 = \text{asin} \left( \frac{E \cdot \sin(\theta_1) + y_1}{D} \right)$$

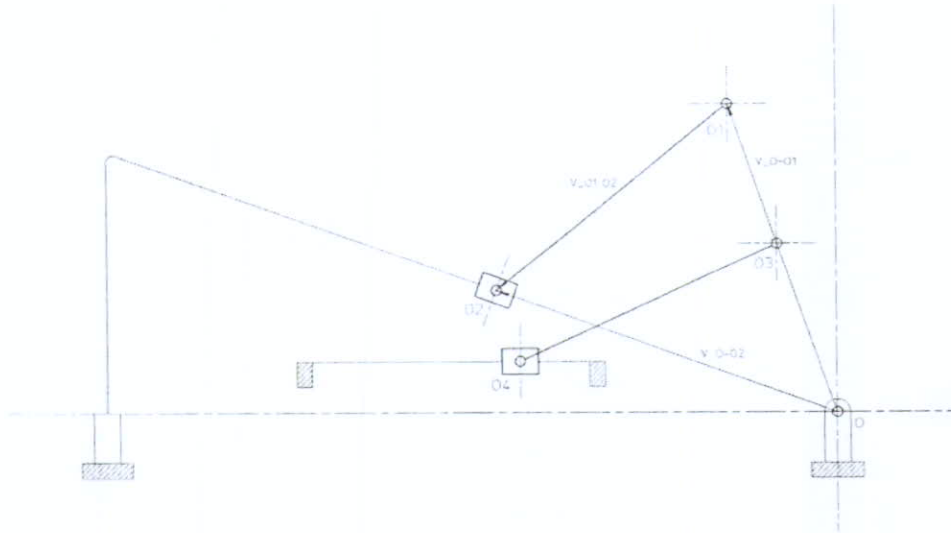
$$\theta_4(E, D, y_1, \theta_1) = (180 \text{ deg}) - \text{asin} \left( \frac{E \cdot \sin(\theta_1) + y_1}{D} \right) \quad \text{Ecuación 4.2}$$

Con la obtención de la **Ecuación 4.1** y **Ecuación 4.2**, podemos conocer la posición angular del eslabón de muslo, este dato es un parámetro que necesitamos para realizar el análisis de posición del mecanismo de soporte.



## Análisis de Posición Mecanismo de Soporte

El segundo análisis de posición se hizo en el mecanismo de soporte, el diagrama de vectores de circuito cerrado se muestra en el siguiente dibujo (*Dibujo 4.3*).



**Dibujo 4.3** Diagrama de Vectores de Circuito Cerrado para mecanismo de soporte

Vectores de Posición y Vectores de Diferencia de Posición (Respecto punto O):

$$V_{O-O1} = A \cdot e^{i \cdot \theta_1}$$

$$V_{O1-O2} = B \cdot e^{i \cdot \theta_2}$$

$$V_{O-O2} = C \cdot e^{i \cdot \theta_3}$$

Las magnitudes de los vectores así como sus ángulos se pueden ver en el *Dibujo 4.1*

Ecuación de Circuito Cerrado ( Loop Vector Equation):

$$V_{O-O1} + V_{O1-O2} = V_{O-O2}$$

$$A \cdot e^{i \cdot \theta_1} + B \cdot e^{i \cdot \theta_2} = C \cdot e^{i \cdot \theta_3}$$

$$A \cdot \cos(\theta_1) + B \cdot \cos(\theta_2) + i \cdot (A \cdot \sin(\theta_1) + B \cdot \sin(\theta_2)) = C \cdot \cos(\theta_3) + i \cdot C \cdot \sin(\theta_3)$$

Separando término real e imaginario:

$$A \cdot \cos \theta_1 + B \cdot \cos \theta_2 = C \cdot \cos \theta_3$$

$$A \cdot \sin \theta_1 - B \cdot \sin \theta_2 = C \cdot \sin \theta_3$$

Parámetros geométricos conocidos:

- A, longitud de muslo
- B, longitud de pierna
- $\theta_1$
- $\theta_3$

$$B \cdot \cos \theta_2 = A \cdot \cos \theta_1 + C \cdot \cos \theta_3$$

$$B \cdot \sin \theta_2 = A \cdot \sin \theta_1 + C \cdot \sin \theta_3$$

Para las dos ecuaciones anteriores elevamos ambos extremos de la igualdad al cuadrado:

$$(B \cdot \cos \theta_2)^2 = (A \cdot \cos \theta_1 + C \cdot \cos \theta_3)^2$$

$$(B \cdot \sin \theta_2)^2 = (A \cdot \sin \theta_1 + C \cdot \sin \theta_3)^2$$

$$B^2 \cdot \cos^2 \theta_2 = A^2 \cdot \cos^2 \theta_1 + 2 \cdot A \cdot \cos \theta_1 \cdot C \cdot \cos \theta_3 + C^2 \cdot \cos^2 \theta_3$$

$$B^2 \cdot \sin^2 \theta_2 = A^2 \cdot \sin^2 \theta_1 + 2 \cdot A \cdot \sin \theta_1 \cdot C \cdot \sin \theta_3 + C^2 \cdot \sin^2 \theta_3$$

Sumamos ambas expresiones y obtenemos:

$$B^2 = 2 \cdot A \cdot \cos \theta_1 \cdot C \cdot \cos \theta_3 + A^2 - 2 \cdot A \cdot \sin \theta_1 \cdot C \cdot \sin \theta_3 + C^2$$

$$C^2 + (-2 \cdot A \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_3 - 2 \cdot A \cdot \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_3) \cdot C + (A^2 - B^2) = 0 \quad \text{Ecuación 4.3}$$

Esta última expresión (**Ecuación 4.3**) es un polinomio del tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ . Su solución se encuentra a partir del siguiente programa:

$$C(A, B, \theta_1, \theta_3) = \begin{cases} z - \sqrt{A^2 - B^2} \\ a - 1 \\ b - (2 \cdot A \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_3) - 2 \cdot A \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3)) \\ c - \sqrt{A^2 - B^2} \\ \text{discr} - (b^2 - 4 \cdot a \cdot c) \\ \left( \frac{-b + \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \right) \text{ if } \left( \frac{-b + \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \right) > z \\ \left( \frac{-b - \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \right) \text{ otherwise} \end{cases}$$

Obtenido el valor de C, podemos calcular el valor para  $\theta_2$ :

$$B \cdot \sin(\theta_2) = A \cdot \sin(\theta_1) + C \cdot \sin(\theta_3)$$

$$\sin \theta_2 = \frac{(A \cdot \sin \theta_1) + C \cdot \sin(\theta_3)}{B}$$

$$\theta_2 = \text{asin} \left[ \frac{(A \cdot \sin \theta_1) + C \cdot \sin(\theta_3)}{B} \right]$$

Debido al cuadrante en el que varia  $\theta_2$  ( $\theta_3 < \theta_2 < (\theta_3 + 90^\circ)$ ), se debe de modificar la expresión anterior.

$$\theta_2(A, B, C, \theta_1, \theta_3) = (180 \text{ deg}) - \text{asin} \left[ \frac{-(A \cdot \sin(\theta_1) + C \cdot \sin(\theta_3))}{B} \right] \quad \text{Ecuación 4.4}$$

Con la obtención de la **Ecuación 4.3** y **Ecuación 4.4** finalizamos este análisis de posición. Por medio de estas expresiones podemos encontrar la posición de cualquier punto en un eslabón a partir de la posición de la corredera del mecanismo de potencia.

Las relaciones anteriores nos pueden ayudar a encontrar el valor del ángulo  $\theta_3$ , para el cual se logre un ángulo de rehabilitación de  $110^\circ$ , en el que el cuerpo no se encuentre en una postura incómoda, además conoceremos la carrera necesaria para lograr el movimiento de rehabilitación.

De las tablas Antropométricas que se muestran en el CAPITULO 2, se obtienen la longitud de los eslabones de Muslo y Pierna.

	Altura de Rodilla	Distancia Nalga-Rodilla
	<i>Tabla 2.1</i>	<i>Tabla 2.2</i>
Valor Máximo (Percentil 99)	62.5 cm	67.5 cm
Valor Mínimo (Percentil 1)	40 cm	45 cm

La siguiente tabla muestra distintos valores de  $\theta_1$  al alcanzar un ángulo de rehabilitación de  $110^\circ$ , para distintos valores de  $\theta_3$ , A y B (los valores de A y B están en función de la altura del individuo a partir de las funciones  $A=0.32(\text{Altura})$ ,  $B=0.29(\text{Altura})$ , estas funciones se obtuvieron a partir de un modelo antropométrico humano).

$\theta_3$	A=64	A=60.8	A=57.6	A=54.4	A=52.8	A=49.6
	B=58	B=55.1	B=52.2	B=49.3	B=47.85	B=44.95
170	119	119	119	119	119	119
165	114	114	114	114	114	114
160	109	109	109	109	109	109
155	104	104	104	104	104	104
150	99	99	99	99	99	99
145	94	94	94	94	94	94
140	89	89	89	89	89	89
135	84	84	84	84	84	84

Las longitudes de los eslabones se encuentran en cm, mientras que los ángulos están dados en grados. Los valores de esta tabla muestran claramente, que a pesar de la variación de la longitud de los eslabones el ángulo  $\theta_1$  permanece constante para un cierto valor de  $\theta_3$ .

La siguiente tabla muestra cómo depende la carrera de la longitud del eslabón D. Estos valores fueron obtenidos por medio de las funciones del análisis de posición.



01	03	D	y1	E	Fmin	Fmax
119	170	30 cm	10 cm	35 cm	38.76	64.21
114	165	30 cm	10 cm	35 cm	34.65	63.79
109	160	30 cm	10 cm	35 cm	30.54	62.82
104	155	30 cm	10 cm	35 cm	26.52	61.33
99	150	30 cm	10 cm	35 cm	22.69	59.35

01	03	D	y1	E	Fmin	Fmax
119	170	35 cm	10 cm	35 cm	45.25	69.25
114	165	35 cm	10 cm	35 cm	41.47	68.79
109	160	35 cm	10 cm	35 cm	37.69	67.8
104	155	35 cm	10 cm	35 cm	33.98	66.39
99	150	35 cm	10 cm	35 cm	30.4	64.49

01	03	D	y1	E	Fmin	Fmax
119	170	40 cm	10 cm	35 cm	51.24	74.27
114	165	40 cm	10 cm	35 cm	47.65	73.79
109	160	40 cm	10 cm	35 cm	44.05	72.84
104	155	40 cm	10 cm	35 cm	40.49	71.43
99	150	40 cm	10 cm	35 cm	37.04	69.6

01	03	D	y1	E	Fmin	Fmax
119	170	45 cm	10 cm	35 cm	56.97	79.29
114	165	45 cm	10 cm	35 cm	53.5	78.79
109	160	45 cm	10 cm	35 cm	50.01	77.84
104	155	45 cm	10 cm	35 cm	46.55	76.46
99	150	45 cm	10 cm	35 cm	43.17	74.68

Ø1	Ø3	D	y1	E	Fmin	Fmax
119	170	50 cm	10 cm	35 cm	62.52	84.31
114	165	50 cm	10 cm	35 cm	59.14	83.79
109	160	50 cm	10 cm	35 cm	55.74	82.85
104	155	50 cm	10 cm	35 cm	52.35	81.49
99	150	50 cm	10 cm	35 cm	49.02	79.74

Ø1	Ø3	D	y1	E	Fmin	Fmax
119	170	55 cm	10 cm	35 cm	67.96	89.32
114	165	55 cm	10 cm	35 cm	64.65	88.79
<b>109</b>	<b>160</b>	<b>55 cm</b>	<b>10 cm</b>	<b>35 cm</b>	<b>61.31</b>	<b>87.85</b>

La longitud de eslabones mostrados en la última fila es una buena opción, ya que nos permite tener el suficiente espacio entre los elementos de máquina, además de que el movimiento de rehabilitación se logra dentro de un rango que podríamos considerar como cómodo o confortable para un paciente.

## 4.2.2 Análisis de velocidad

De la misma manera que se hizo con el análisis de posición, el análisis de velocidad será hecho tanto en el mecanismo de potencia como en el mecanismo de soporte. De igual forma se hará con el análisis de aceleración que se muestra después del análisis de velocidad. El objetivo de este análisis de velocidad es encontrar funciones con las cuales poder conocer la velocidad de cualquier punto dentro del mecanismo.

En el análisis de velocidad volveremos a hacer uso de los diagramas de vectores de circuito cerrado utilizados en el análisis de posición.

Análisis de Velocidad de Mecanismo de Potencia

Vectores de Posición y Vectores de Diferencia de Posición (respecto punto O):

$$V_{O-O3} = E \cdot e^{i \cdot \theta_1}$$

$$V_{O3-O4} = D \cdot e^{i \cdot \theta_4}$$

$$V_{O4-O5} = y_1 \cdot e^{i \cdot (270 \cdot \text{deg})}$$

$$V_{O-O5} = F \cdot e^{i \cdot (180 \cdot \text{deg})}$$

Las magnitudes de los vectores así como sus ángulos se pueden ver en el *Dibujo 4.1*.

Ecuación de Circuito cerrado (loop vector equation):

$$V_{O-O3} + V_{O3-O4} + V_{O4-O5} = V_{O-O5}$$

Ver *Dibujo 4.2* Diagrama de Vectores de Circuito Cerrado para mecanismo de potencia. Sustituyendo se tiene:

$$E \cdot e^{i \cdot \theta_1} + D \cdot e^{i \cdot \theta_4} + y_1 \cdot e^{i \cdot (270 \cdot \text{deg})} = F \cdot e^{i \cdot (180 \cdot \text{deg})}$$

Derivando con respecto al tiempo, se tiene:

$$\frac{d}{dt} \left[ E \cdot e^{i \cdot \theta_1} + D \cdot e^{i \cdot \theta_4} + y_1 \cdot e^{i \cdot (270 \cdot \text{deg})} \right] = \frac{d}{dt} \left[ F \cdot e^{i \cdot (180 \cdot \text{deg})} \right]$$

$$i \cdot E \cdot \omega_1 \cdot e^{i \cdot \theta_1} + i \cdot D \cdot \omega_4 \cdot e^{i \cdot \theta_4} = F_v \cdot e^{i \cdot 180 \cdot \text{deg}}$$

Designamos  $F_v$  como la magnitud de velocidad de O5, es decir la derivada de F respecto al tiempo.

$$i \cdot E \cdot \omega_1 \cdot e^{i \cdot \theta_1} + i \cdot D \cdot \omega_4 \cdot e^{i \cdot \theta_4} = F_v \cdot e^{i \cdot 180 \cdot \text{deg}}$$

$$E \cdot \omega_1 \cdot \sin(\theta_1) - D \cdot \omega_4 \cdot \sin(\theta_4) + i \cdot (E \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_1) + D \cdot \omega_4 \cdot \cos(\theta_4)) = F_v$$

Separando la parte real de la parte imaginaria, se tiene:

$$E \cdot \omega_1 \cdot \sin(\theta_1) - D \cdot \omega_4 \cdot \sin(\theta_4) = F_v$$

$$E \cdot \omega_1 \cdot \cos(\theta_1) + D \cdot \omega_4 \cdot \cos(\theta_4) = 0$$

Del análisis de posición conocemos  $\theta_1$  y  $\theta_4$ , además de los parámetros E y D. Dado el valor de  $F_v$  podemos resolver el sistema de ecuación lineal anterior.

$$\omega_1 = \frac{1}{\left[ E \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_4) + \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_4) \right]} \cdot \cos(\theta_4) \cdot F_v \quad \text{Ecuación 4.5}$$

$$\omega_4 = \frac{1}{\left[ D \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_4) + \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_4) \right]} \cdot F_v \cdot \cos(\theta_1) \quad \text{Ecuación 4.6}$$

La **Ecuación 4.5** y **Ecuación 4.6** es el resultado que deseábamos encontrar a partir de este análisis de velocidad. La velocidad angular  $\omega_1$  será el único dato conocido que tendremos para el análisis de velocidad del mecanismo de soporte.

## Análisis de Velocidad de Mecanismo de Soporte

Vectores de Posición y Vectores de Diferencia de Posición (Respecto punto O):

$$V_{O-O_1} = A \cdot e^{i \cdot \theta_1}$$

$$V_{O_1-O_2} = B \cdot e^{i \cdot \theta_2}$$

$$V_{O-O_2} = C \cdot e^{i \cdot \theta_3}$$

Las magnitudes de los vectores así como sus ángulos se pueden ver en el *Dibujo 4.1*.

Ecuación de Circuito Cerrado (loop Vector Equation):

$$V_{O-O_1} + V_{O_1-O_2} = V_{O-O_2}$$

Ver *Dibujo 4.3* Diagrama de Vectores de Circuito Cerrado para mecanismo de soporte. Sustituyendo se tiene:

$$A \cdot e^{i \cdot \theta_1} + B \cdot e^{i \cdot \theta_2} = C \cdot e^{i \cdot \theta_3}$$

Derivando ambos extremos de la ecuación:

$$\frac{d}{dt} \left[ A \cdot e^{i \cdot \theta_1} + B \cdot e^{i \cdot \theta_2} \right] = \frac{d}{dt} \left[ C \cdot e^{i \cdot \theta_3} \right]$$

$$i \cdot A \cdot \omega_1 \cdot e^{i \cdot \theta_1} + i \cdot B \cdot \omega_2 \cdot e^{i \cdot \theta_2} = C \cdot v \cdot e^{i \cdot \theta_3}$$

Donde :

$$C \cdot v = \frac{d}{dt} (c)$$



Desarrollando la expresión anterior, tenemos:

$$A \cdot \omega_1 \cdot \sin \theta_1 - B \cdot \omega_2 \cdot \sin \theta_2 + i \cdot (A \cdot \omega_1 \cdot \cos \theta_1 + B \cdot \omega_2 \cdot \cos \theta_2) = C v \cdot \cos \theta_3 + i \cdot C v \cdot \sin \theta_3$$

Separando parte real e imaginaria, tenemos el siguiente sistema de ecuación lineal:

$$-A \cdot \omega_1 \cdot \sin \theta_1 - B \cdot \omega_2 \cdot \sin \theta_2 = C v \cdot \cos \theta_3$$

$$A \cdot \omega_1 \cdot \cos \theta_1 + B \cdot \omega_2 \cdot \cos \theta_2 = C v \cdot \sin \theta_3$$

Del análisis de posición de mecanismo de soporte y análisis de velocidad de mecanismo de potencia, se conoce  $\theta_1, \theta_2, \omega_1$ . Además conocemos los parámetros A, B,  $\theta_3$ . Esto nos permite resolver para  $\omega_2$  y Cv.

$$\cos \theta_3 \cdot C v + \sin \theta_2 \cdot B \cdot \omega_2 = A \cdot \omega_1 \cdot \sin \theta_1$$

$$\sin \theta_3 \cdot C v - \cos \theta_2 \cdot B \cdot \omega_2 = A \cdot \omega_1 \cdot \cos \theta_1$$

$$C v = A \cdot \omega_1 \cdot \frac{\sin \theta_1 \cdot \cos \theta_2 + \sin \theta_2 \cdot \cos \theta_1}{\sin \theta_2 \cdot \sin \theta_3 + \cos \theta_2 \cdot \cos \theta_3} \quad \text{Ecuación 4.7}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{B \cdot (\sin \theta_2 \cdot \sin \theta_3 + \cos \theta_2 \cdot \cos \theta_3)} \cdot A \cdot \omega_1 \cdot (\sin \theta_1 \cdot \sin \theta_3 + \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_3) \quad \text{Ecuación 4.8}$$

La **Ecuación 4.7** y **Ecuación 4.8** es el resultado que deseábamos encontrar a partir de este análisis de velocidad. Todas estas funciones nos permitirán conocer las velocidades de los distintos puntos del mecanismo a partir de la velocidad de la corredera del mecanismo de potencia, esto será utilizado en posteriores análisis donde se buscará conocer los perfiles de velocidad de la rodilla.

### 4.2.3 Análisis de aceleración

De la misma forma que se hizo en el análisis de velocidad, el análisis de aceleración buscará encontrar funciones que permitan conocer la aceleración de cualquier punto del mecanismo a partir de la aceleración de la corredera del mecanismo de potencia. El análisis será dividido en dos partes, la primera sección se enfocará al análisis de aceleración del mecanismo de potencia, mientras que la segunda parte al análisis del mecanismo de soporte.

#### Análisis de Aceleración Mecanismo de Potencia

Vectores de Posición y Vectores de Diferencia de Posición (respecto punto O):

$$V_{O-O_3} = E \cdot e^{i \cdot \theta_1}$$

$$V_{O_3-O_4} = D \cdot e^{i \cdot \theta_4}$$

$$V_{O_4-O_5} = y_1 \cdot e^{i \cdot (270 \text{ deg})}$$

$$V_{O-O_5} = F \cdot e^{i \cdot (180 \text{ deg})}$$

Las magnitudes de los vectores así como sus ángulos se pueden ver en el *Dibujo 4.1*.

Ecuación de Circuito cerrado (loop vector equation):

$$V_{O-O_3} + V_{O_3-O_4} + V_{O_4-O_5} = V_{O-O_5}$$

Ver *Dibujo 4.2* Diagrama de Vectores de Circuito Cerrado para mecanismo de potencia. Sustituyendo se tiene:

$$E \cdot e^{i \cdot \theta_1} + D \cdot e^{i \cdot \theta_4} + y_1 \cdot e^{i \cdot (270 \text{ deg})} = F \cdot e^{i \cdot (180 \text{ deg})}$$

Derivando con respecto al tiempo, se tiene:

$$\frac{d}{dt} \left[ E \cdot e^{i \cdot \theta_1} + D \cdot e^{i \cdot \theta_4} + y_1 \cdot e^{i \cdot (270 \cdot \text{deg})} \right] = \frac{d}{dt} \left[ F \cdot e^{i \cdot (180 \cdot \text{deg})} \right]$$

$$i \cdot E \cdot \omega_1 \cdot e^{i \cdot \theta_1} + i \cdot D \cdot \omega_4 \cdot e^{i \cdot \theta_4} = F \cdot v \cdot e^{i \cdot 180 \cdot \text{deg}}$$

Derivando una vez mas con respecto al tiempo, se tiene:

$$\frac{d}{dt} \left( i \cdot E \cdot \omega_1 \cdot e^{i \cdot \theta_1} + i \cdot D \cdot \omega_4 \cdot e^{i \cdot \theta_4} \right) = \frac{d}{dt} \left( F \cdot v \cdot e^{i \cdot 180 \cdot \text{deg}} \right)$$

$$E \cdot \omega_1^2 \cdot e^{i \cdot \theta_1} + i \cdot E \cdot \alpha_1 \cdot e^{i \cdot \theta_1} - D \cdot \omega_4^2 \cdot e^{i \cdot \theta_4} + i \cdot D \cdot \alpha_4 \cdot e^{i \cdot \theta_4} = F \cdot a \cdot e^{i \cdot 180 \cdot \text{deg}}$$

Desarrollando ambos extremos de la igualdad, y separando término imaginario y real, se tiene:

$$E \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\theta_1) - E \cdot \alpha_1 \cdot \sin(\theta_1) - D \cdot \omega_4^2 \cdot \cos(\theta_4) - D \cdot \alpha_4 \cdot \sin(\theta_4) = F \cdot a$$

$$E \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1) + E \cdot \alpha_1 \cdot \cos(\theta_1) - D \cdot \omega_4^2 \cdot \sin(\theta_4) + D \cdot \alpha_4 \cdot \cos(\theta_4) = 0$$

Del análisis de posición y de velocidad se conoce  $\theta_1$ ,  $\omega_1$ ,  $\theta_4$ ,  $\omega_4$ , además de los parámetros E y D.

Dado un valor de aceleración del punto O5 (magnitud Fa dentro de nuestro modelo), podemos obtener los valores de  $\alpha_1$  y  $\alpha_4$ .

$$-E \cdot \alpha_1 \cdot \sin(\theta_1) - D \cdot \alpha_4 \cdot \sin(\theta_4) = F \cdot a + E \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\theta_1) + D \cdot \omega_4^2 \cdot \cos(\theta_4)$$

$$E \cdot \alpha_1 \cdot \cos(\theta_1) + D \cdot \alpha_4 \cdot \cos(\theta_4) = E \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1) + D \cdot \omega_4^2 \cdot \sin(\theta_4)$$

Resolviendo el sistema de ecuación lineal, se tiene lo siguiente:

$$\text{MODULO}_1 = \left[ E \cdot \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_4) - \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_4) \right]$$

$$\text{MODULO}_2 = E \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) \cdot E \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1) + D \cdot \omega_4^2 \cdot \sin(\theta_4)^2$$

$$\text{MODULO}_3 = \left[ F_a \cdot \cos(\theta_4) + D \cdot \omega_4^2 \cdot \cos(\theta_4) \right]^2$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\text{MODULO}_1} \cdot (\text{MODULO}_2 - \text{MODULO}_3) \quad \text{Ecuación 4.9}$$

$$\text{MODULO}_4 = \left[ D \cdot \cos(\theta_1) \cdot \sin(\theta_4) - \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_4) \right]$$

$$\text{MODULO}_5 = E \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\theta_1)^2 - \cos(\theta_1) \cdot F_a + \cos(\theta_1) \cdot D \cdot \omega_4^2 \cdot \cos(\theta_4)$$

$$\text{MODULO}_6 = E \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1)^2 + D \cdot \omega_4^2 \cdot \sin(\theta_4) \cdot \sin(\theta_1)$$

$$\alpha_4 = \frac{(\text{MODULO}_5 + \text{MODULO}_6)}{\text{MODULO}_4} \quad \text{Ecuación 4.10}$$

## Análisis de Aceleración Mecanismo de Soporte

Vectores de Posición y Vectores de Diferencia de Posición (respecto punto O):

$$V_{O-O_1} = A \cdot e^{i \cdot \theta_1}$$

$$V_{O_1-O_2} = B \cdot e^{i \cdot \theta_2}$$

$$V_{O-O_2} = C \cdot e^{i \cdot \theta_3}$$

Las magnitudes de los vectores así como sus ángulos se pueden ver en el *Dibujo 4.1*.

Ecuación de Circuito cerrado (Loop vector equation):

$$V_{O-O_1} + V_{O_1-O_2} = V_{O-O_2}$$

54935

Ver *Dibujo 4.3* Diagrama de Vectores de Circuito Cerrado para mecanismo de soporte. Sustituyendo se tiene:

$$A \cdot e^{i \cdot \theta_1} + B \cdot e^{i \cdot \theta_2} = C \cdot e^{i \cdot \theta_3}$$

Derivando con respecto al tiempo, se tiene:

$$\frac{d}{dt} \left[ A \cdot e^{i \cdot \theta_1} + B \cdot e^{i \cdot \theta_2} \right] = \frac{d}{dt} \left[ C \cdot e^{i \cdot \theta_3} \right]$$

$$i \cdot A \cdot \omega_1 \cdot e^{i \cdot \theta_1} + i \cdot B \cdot \omega_2 \cdot e^{i \cdot \theta_2} = C \cdot v \cdot e^{i \cdot \theta_3}$$

Donde :

$$Cv = \frac{d}{dt} (c)$$



Derivando una vez mas con respecto al tiempo, se tiene:

$$\frac{d}{dt} (i \cdot A \cdot \omega_1 \cdot e^{i \cdot \theta_1} + i \cdot B \cdot \omega_2 \cdot e^{i \cdot \theta_2}) = \frac{d}{dt} (Cv \cdot e^{i \cdot \theta_3})$$

$$i \cdot A \cdot \alpha_1 \cdot e^{i \cdot \theta_1} - A \cdot \omega_1^2 \cdot e^{i \cdot \theta_1} + i \cdot B \cdot \alpha_2 \cdot e^{i \cdot \theta_2} - B \cdot \omega_2^2 \cdot e^{i \cdot \theta_2} = Ca \cdot e^{i \cdot \theta_3}$$

Desarrollando ambos extremos de la igualdad, y separando término imaginario y real, se tiene:

$$-A \cdot \alpha_1 \cdot \sin(\theta_1) - A \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\theta_1) - B \cdot \alpha_2 \cdot \sin(\theta_2) - B \cdot \omega_2^2 \cdot \cos(\theta_2) = Ca \cdot \cos(\theta_3)$$

$$A \cdot \alpha_1 \cdot \cos(\theta_1) - A \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1) + B \cdot \alpha_2 \cdot \cos(\theta_2) - B \cdot \omega_2^2 \cdot \sin(\theta_2) = Ca \cdot \sin(\theta_3)$$

Del análisis de posición y de velocidad se conoce  $\theta_1$ ,  $\omega_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\omega_2$ , además de los parámetros A y B.

Dado un valor de aceleración angular  $\alpha_1$ , podemos obtener los valores de  $\alpha_2$  y Ca.

$$Ca \cdot \cos(\theta_3) + B \cdot \alpha_2 \cdot \sin(\theta_2) = A \cdot \alpha_1 \cdot \sin(\theta_1) - A \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\theta_1) - B \cdot \omega_2^2 \cdot \cos(\theta_2)$$

$$Ca \cdot \sin(\theta_3) - B \cdot \alpha_2 \cdot \cos(\theta_2) = A \cdot \alpha_1 \cdot \cos(\theta_1) - A \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1) - B \cdot \omega_2^2 \cdot \sin(\theta_2)$$

Resolviendo el sistema de ecuación lineal, se tiene lo siguiente:

$$\text{MODULO}_7 = (\sin(\theta_2) \cdot \sin(\theta_3) + \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3))$$

$$\text{MODULO}_8 = (B \cdot \omega_2^2 \cdot \cos(\theta_2)^2 + A \cdot \alpha_1 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) + A \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) + B \cdot \omega_2^2 \cdot \sin(\theta_2)^2)$$

$$\text{MODULO}_9 = (\sin(\theta_2) \cdot A \cdot \alpha_1 \cdot \cos(\theta_1)) + \sin(\theta_2) \cdot A \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\theta_1)$$

$$Ca = \frac{(\text{MODULO}_8 + \text{MODULO}_9)}{\text{MODULO}_7}$$

**Ecuación 4.11**

$$\text{MODULO\_10} = \frac{1}{B \cdot \sin \theta_2 \cdot \sin \theta_3 + \cos \theta_2 \cdot \cos \theta_3}$$

$$\text{MODULO\_11} = \cos \theta_3 \cdot A \cdot \alpha_1 \cdot \cos \theta_1 - \cos \theta_3 \cdot A \cdot \omega_1^2 \cdot \sin \theta_1 - \cos \theta_3 \cdot B \cdot \omega_2^2 \cdot \sin \theta_2$$

$$\text{MODULO\_12} = B \cdot \omega_2^2 \cdot \cos \theta_2 \cdot \sin \theta_3 + A \cdot \alpha_1 \cdot \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_3 + A \cdot \omega_1^2 \cdot \cos \theta_1 \cdot \sin \theta_3$$

$$\alpha_2 = \text{MODULO\_10} (\text{MODULO\_11} + \text{MODULO\_12}) \quad \text{Ecuación 4.12}$$

La *Ecuación 4.9*, *Ecuación 4.10*, *Ecuación 4.11* y *Ecuación 4.12* son el resultado de este análisis de aceleración. Utilizaremos estas funciones durante la siguiente sección del capítulo.

## 4.3 Dinámica de mecanismo

### 4.3.1 Análisis de fuerza (Método gráfico)

El conocer las fuerzas que actúan en el mecanismo nos permite determinar los requerimientos de potencia necesarios además de brindar información que será utilizada por el diseñador para la evaluación de los niveles de esfuerzo en los diversos elementos de máquina. En esta sección se presenta un análisis de fuerza para una posición específica del mecanismo. La primera parte del análisis hace uso de las funciones obtenidas (*Ecuación 4.1 – Ecuación 4.12*) a partir del análisis de cinemática del mecanismo, después se hace uso de los métodos gráficos para la evaluación de las aceleraciones de los centros de masa de los eslabones necesarios para conocer las fuerzas inerciales en el mecanismo. Por último se presenta el análisis de fuerza del mecanismo utilizando el método de superposición. Los parámetros y datos del análisis se darán a continuación.

ESLABON	LONGITUD ( m )
A	0.640
B	0.580
D	0.550
E	0.350
Distancia y1	0.100

El *Dibujo 4.1* muestra cada uno de los eslabones y magnitudes de la tabla anterior. El ángulo  $\theta_3$  ( Angulo de la guía del mecanismo de soporte ) tiene un valor de  $160^\circ$ . De las funciones obtenidas del análisis de posición ( *Ecuación 4.1, Ecuación 4.2, Ecuación 4.3, Ecuación 4.4* ) obtenemos el valor de la carrera necesario para tener un movimiento de rehabilitación de  $0^\circ$ - $110^\circ$ . El dato de la carrera fue necesario para definir las funciones de entrada al sistema ( Perfiles de aceleración, velocidad y posición respecto al tiempo de la corredera de mecanismo de potencia ). Estas funciones de entrada tendrán características similares a las utilizadas en la simulación hecha en el capítulo 3.

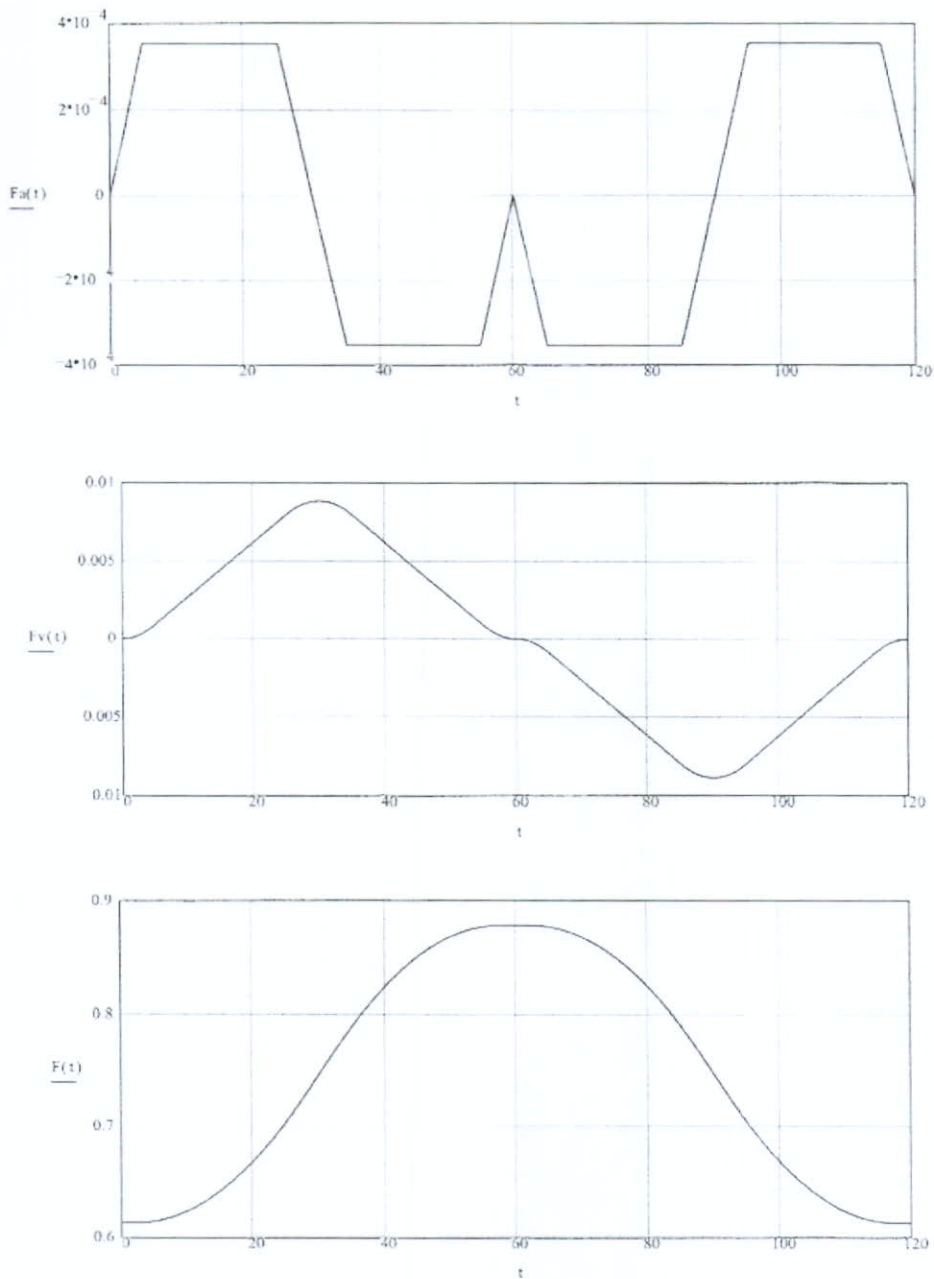
Funciones de Entrada al Sistema

$T$  (Periodo) = 120 seg

Carrera = 0.265

$t_p$  (Tiempo de incremento o decremento de velocidad) = 5 seg

Las gráficas de las funciones de entrada al sistema aparecen en el *Dibujo 4.4*.

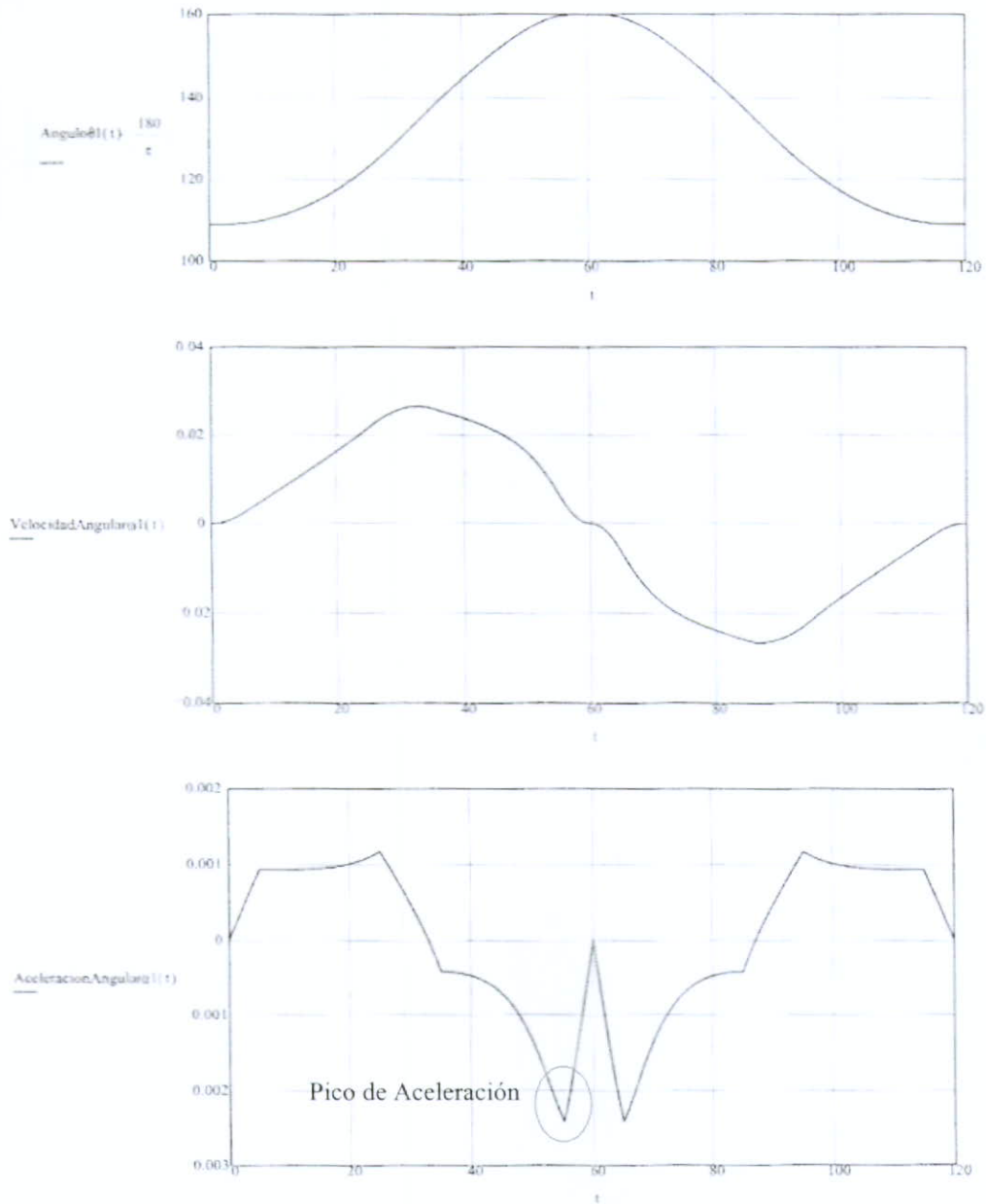


**Dibujo 4.4** Funciones de Entrada al Sistema. Las unidades de longitud son m, velocidad m/seg, aceleración m/seg<sup>2</sup> y tiempo seg.

A partir de las funciones obtenidas de los análisis de cinemática graficamos  $\theta_1(t)$ ,  $\omega_1(t)$ ,  $\alpha_1(t)$  dadas las funciones de entrada al sistema. Las gráficas las podemos ver en el **Dibujo 4.5** (las unidades de posición angular se dan en grados ( $^\circ$ ), las de velocidad angular en rad/seg y las de aceleración angular en rad/seg<sup>2</sup>).

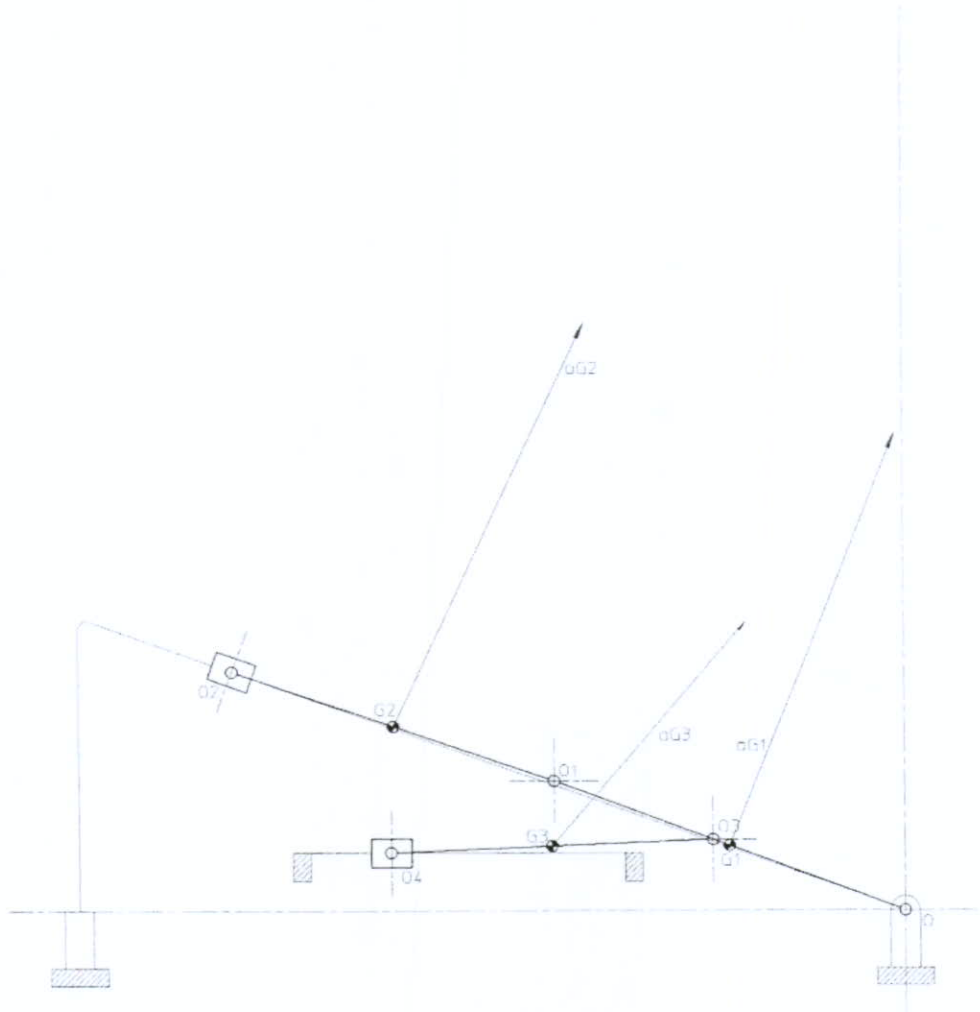


Lo que se busca al graficar estas características es encontrar el tiempo y la posición en la que se da la aceleración máxima en la rodilla (pico de aceleración). Es esta posición la que se utilizara para el análisis de fuerza.



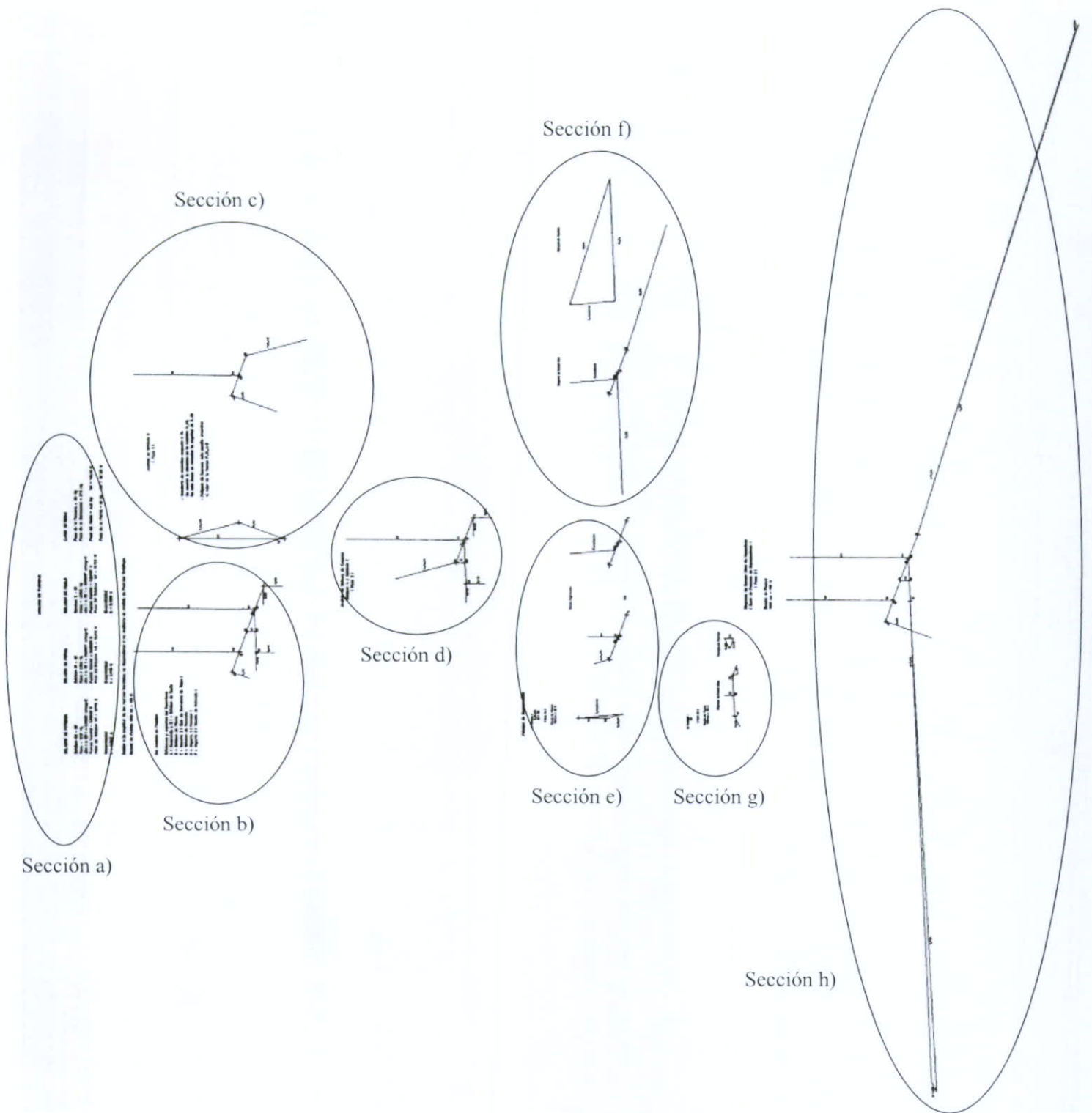
**Dibujo 4.5** Gráficas  $\theta_1(t)$ ,  $\omega_1(t)$  y  $\alpha_1(t)$ . Como se puede observar en la ultima curva el pico de aceleración se presenta a los 55 seg con un valor de  $\theta_1$  de  $159.3^\circ$ .

Una vez conocida la posición en la que se presenta el pico de aceleración, calculamos la aceleración de los centros de masa de los eslabones para dicha posición (*Dibujo 4.6*).



*Dibujo 4.6* Aceleración de los Centros de Masa de los Eslabones

La razón de obtener la aceleración de los centros de masa es porque estas magnitudes nos permiten obtener las fuerzas inerciales en el sistema ( Principio de D' Alembert ). Dichas fuerzas y momentos de torsión inerciales son necesarios para encontrar las fuerzas que actúan en el mecanismo y que producen un cierto movimiento específico. A continuación aparece el análisis de fuerza (*Dibujo 4.7*)



**Dibujo 4.7.** Análisis de Fuerza.

Debido al tamaño del análisis, se explicara por partes a continuación.

ANALISIS DE FUERZAS

ESLABON DE POTENCIA	ESLABON DE PIERNA	ESLABON DE MUSLO
ESLABON 04 - 03	ESLABON 01 - 02	ESLABON 0 - 01
MASA = 1221 Kg	MASA = 1286 Kg	MASA = 13988 Kg
ABS ( a G3 ) = 0.00051 m/seg <sup>2</sup>	ABS ( a G2 ) = 0.00077 m/seg <sup>2</sup>	ABS ( a G2 ) = 0.00077 m/seg <sup>2</sup>
FUERZA INERCIAL = 0.00062 N	FUERZA INERCIAL = 0.00099 N	FUERZA INERCIAL = 0.00107 N
PESO DEL ESLABON W3 = 11978 N	PESO DEL ESLABON W2 = 12.615 N	PESO DEL ESLABON W1 = 13.722 N
EXCENTRICIDAD	EXCENTRICIDAD	EXCENTRICIDAD
h = 0.0817 m	h = 0.1115 m	h = 0.1203 m
	CARGA EXTERNA	
	PESO DE LA PERSONA = 110 Kg	
	PESO DE LA EXTREMIDAD = 27.5 Kg	
	PESO DEL MUSLO = 14.5 Kg    W4 = 142.24 N	
	PESO DE LA PIERNA = 13 Kg    W5 = 127.53 N	

**Dibujo 4.7.a** Este dibujo presenta los datos que se tienen para realizar el análisis de fuerza. En él aparecen las magnitudes de las aceleraciones de los centros de masa, la masa y peso de cada uno de los eslabones y las fuerzas externas aplicadas a cada uno de los eslabones (peso de pierna y muslo del paciente a rehabilitar).

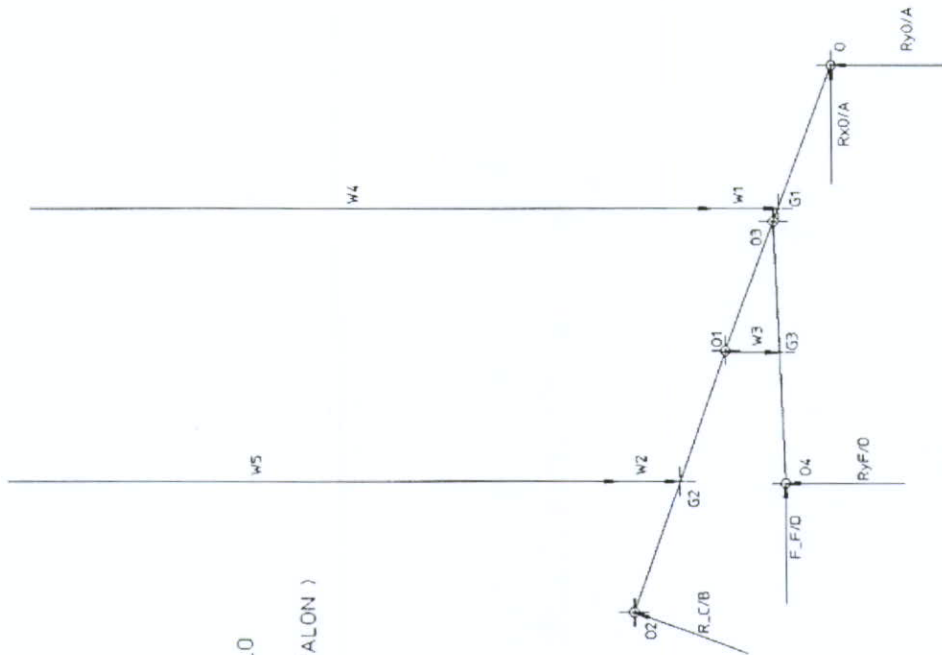
DEBIDO A LA MAGNITUD DE LAS FUERZAS INERCIALES, SE DESPRECIARAN Y SE REALIZARA UN ANALISIS DE FUERZAS ESTATICAS.

Escala de Fuerza 1000 mm = 100 N

DEL ANALISIS DE POSICION

ESLABONES Y SOPORTES DEL MECANISMO

- A ( COMPRENDE A \*E\* ) = ESLABON DE MUSLO
- B = ESLABON DE PIERNA
- C = SOPORTE 3 ( GUIA DE CORREDERA DE TALON )
- D = ESLABON DE POTENCIA
- O = SOPORTE 1 ( PASADOR )
- F = SOPORTE 2 ( TORNILLO DE POTENCIA )

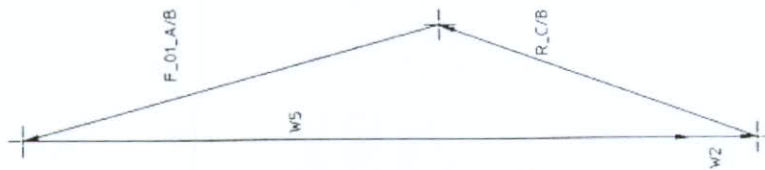
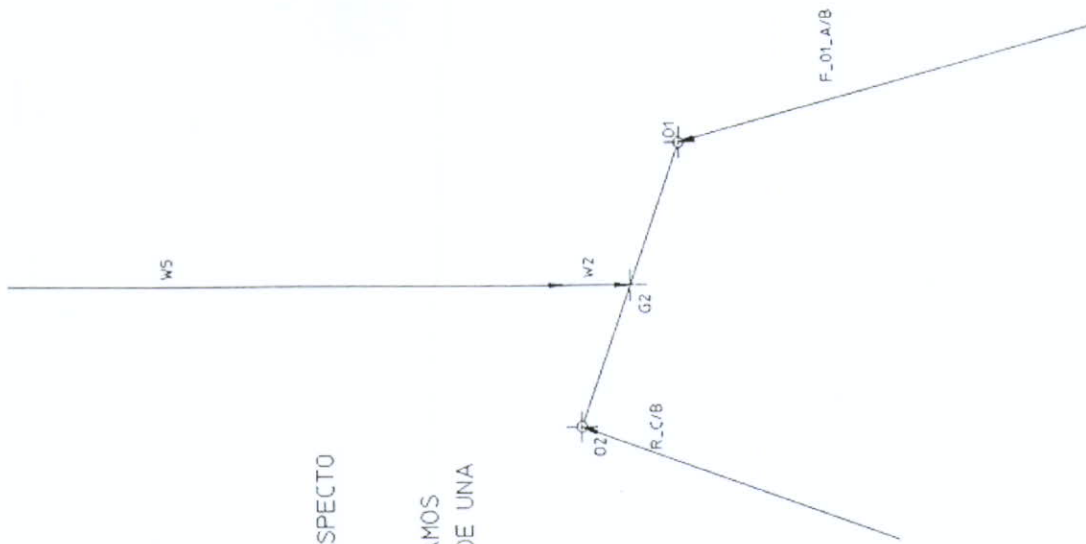


**Dibujo 4.7.b** Nomenclatura y diagrama de cuerpo libre del mecanismo. Debido a que la magnitud de las fuerzas inerciales es muy pequeña en comparación con las fuerzas externas aplicadas, éstas se despreciarán, y se resolverá el análisis de fuerzas como si se tratara de un mecanismo en estado estático.



ANÁLISIS DE ESLABÓN B  
( PASO 1 )

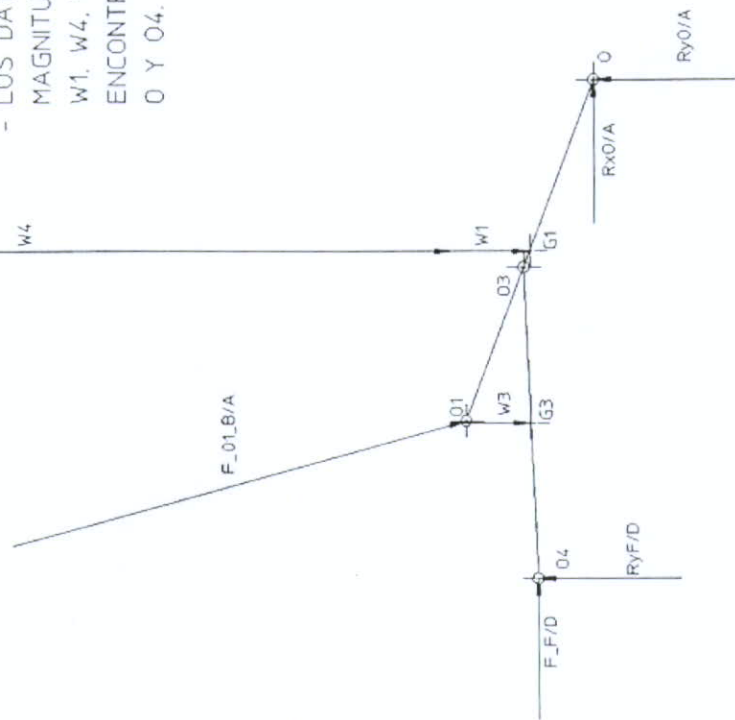
- LOS DATOS CONOCIDOS EN ESTE PUNTO SON LA MAGNITUD Y DIRECCIÓN DE LAS FUERZAS  $W_2$  Y  $W_5$ , ADEMÁS DE LA DIRECCIÓN DE LA REACCIÓN  $R_{C/B}$ .
- A PARTIR DE UNA SUMATORIA DE MOMENTOS RESPECTO A O1, ENCONTRAMOS LA MAGNITUD DE  $R_{C/B}$ .
- YA CONOCIDA LA MAGNITUD DE  $R_{C/B}$  ENCONTRAMOS EL VALOR DE LA FUERZA  $F_{01_A/B}$  A PARTIR DE UNA SUMATORIA DE FUERZAS.



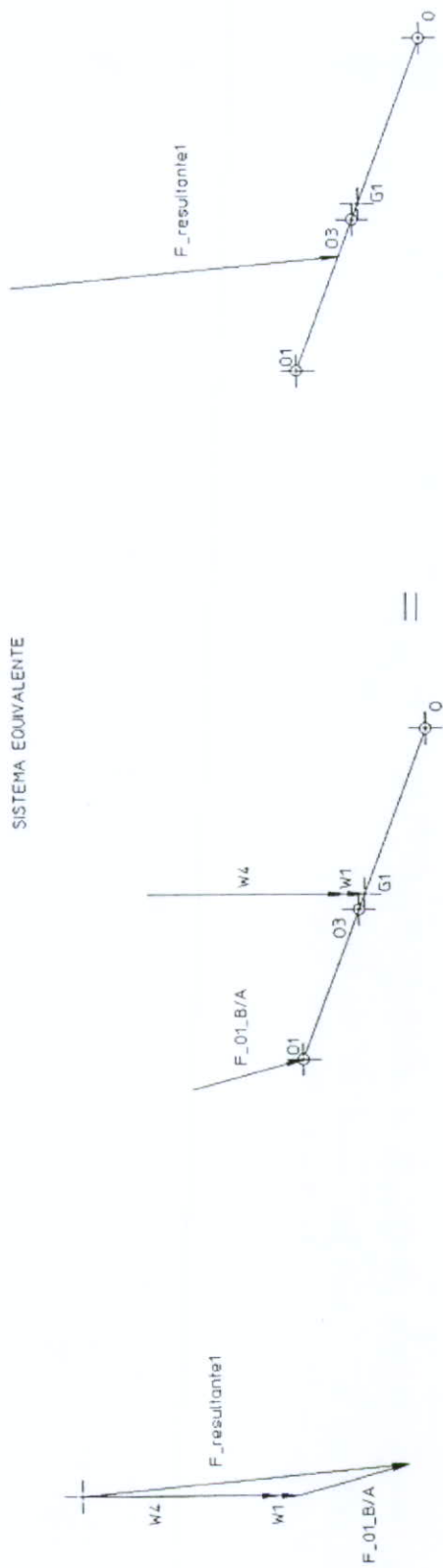
**Dibujo 4.7.c** Diagrama de cuerpo libre de eslabón B ( Pierna ). Los valores de las reacciones obtenidas a partir de este análisis son muy importantes para la solución de las siguientes etapas del análisis.

ANALISIS DE SISTEMA DE CUERPOS  
 ESLABON A Y ESLABON C  
 ( PASO 2 )

- UNA VEZ CONOCIDAS LAS FUERZAS Y REACCIONES EN EL ESLABON B, TRATAREMOS DE RESOLVER PARA LOS DOS ESLABONES RESTANTES.
- LOS DATOS CON LOS QUE CONTAMOS SON LA MAGNITUD Y DIRECCION DE LAS FUERZAS  $w_1$ ,  $w_4$ ,  $w_3$  Y  $F_{01B/A}$ . SE BUSCARA ENCONTRAR LAS REACCIONES EN LOS PASADORES 0 Y 04.

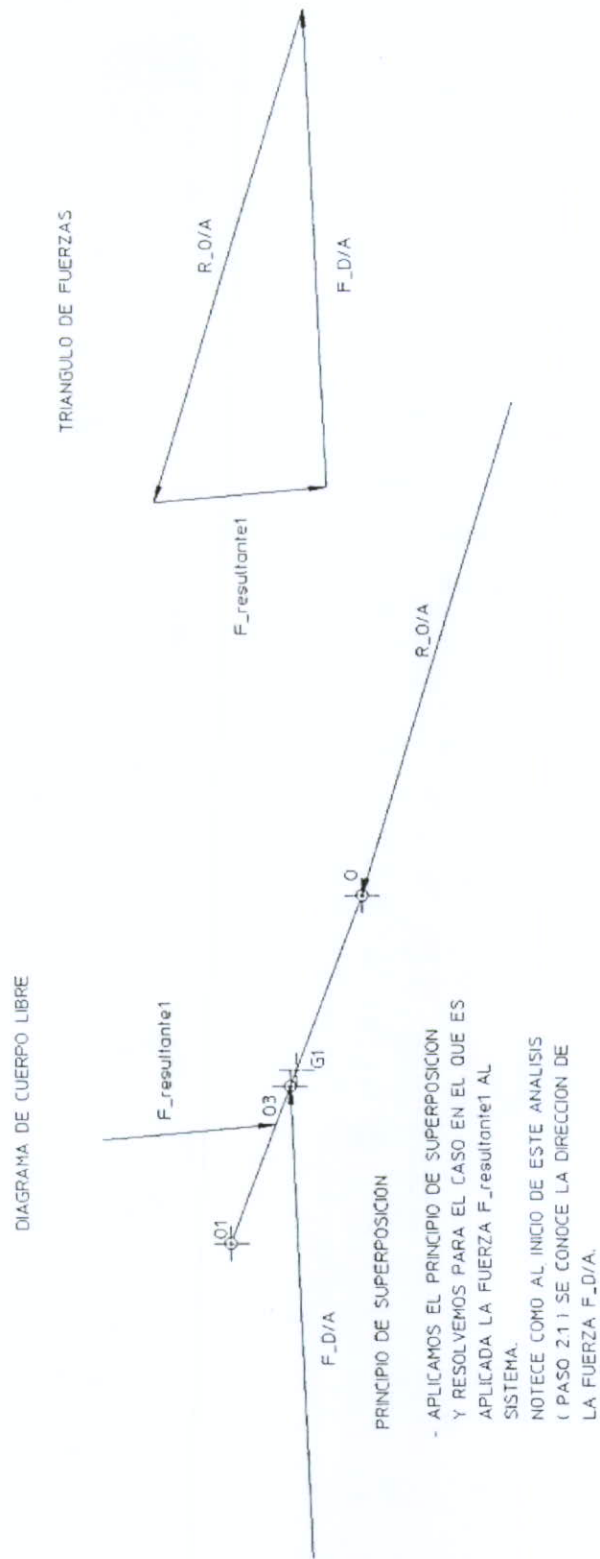


**Dibujo 4.7.d** Conociendo las fuerzas de reacción que aplica el eslabón B ( Pierna ) al eslabón A ( Muslo ) podemos simplificar el diagrama de cuerpo libre del mecanismo, transformándose en lo que se muestra en este dibujo.



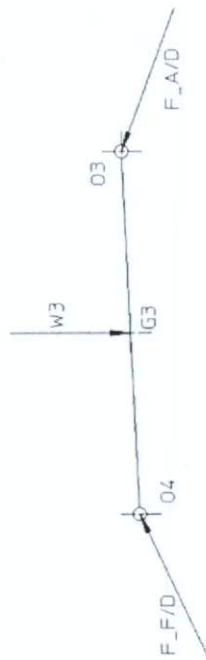
- EL PRIMER PASO FUE SIMPLIFICAR EL SISTEMA DE FUERZAS QUE ACTUAN EN EL ESLABON A.
- A PARTIR DE UNA SUMATORIA DE FUERZAS SE ENCONTRO LA MAGNITUD Y DIRECCION DE LA FUERZA EQUIVALENTE (  $F_{resultante1}$  ). POR MEDIO DE UNA SUMATORIA DE MOMENTOS SE PUDO CONOCER LA POSICION DE LA FUERZA EQUIVALENTE EN EL ESLABON A.

Dibujo 4.7.e. Simplificación de las fuerzas aplicadas sobre el eslabón A ( Muslo ).

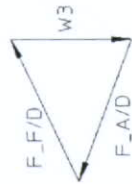


*Dibujo 4.7.f* Aplicación del principio de superposición en su primera fase.

DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



TRIANGULO DE FUERZAS



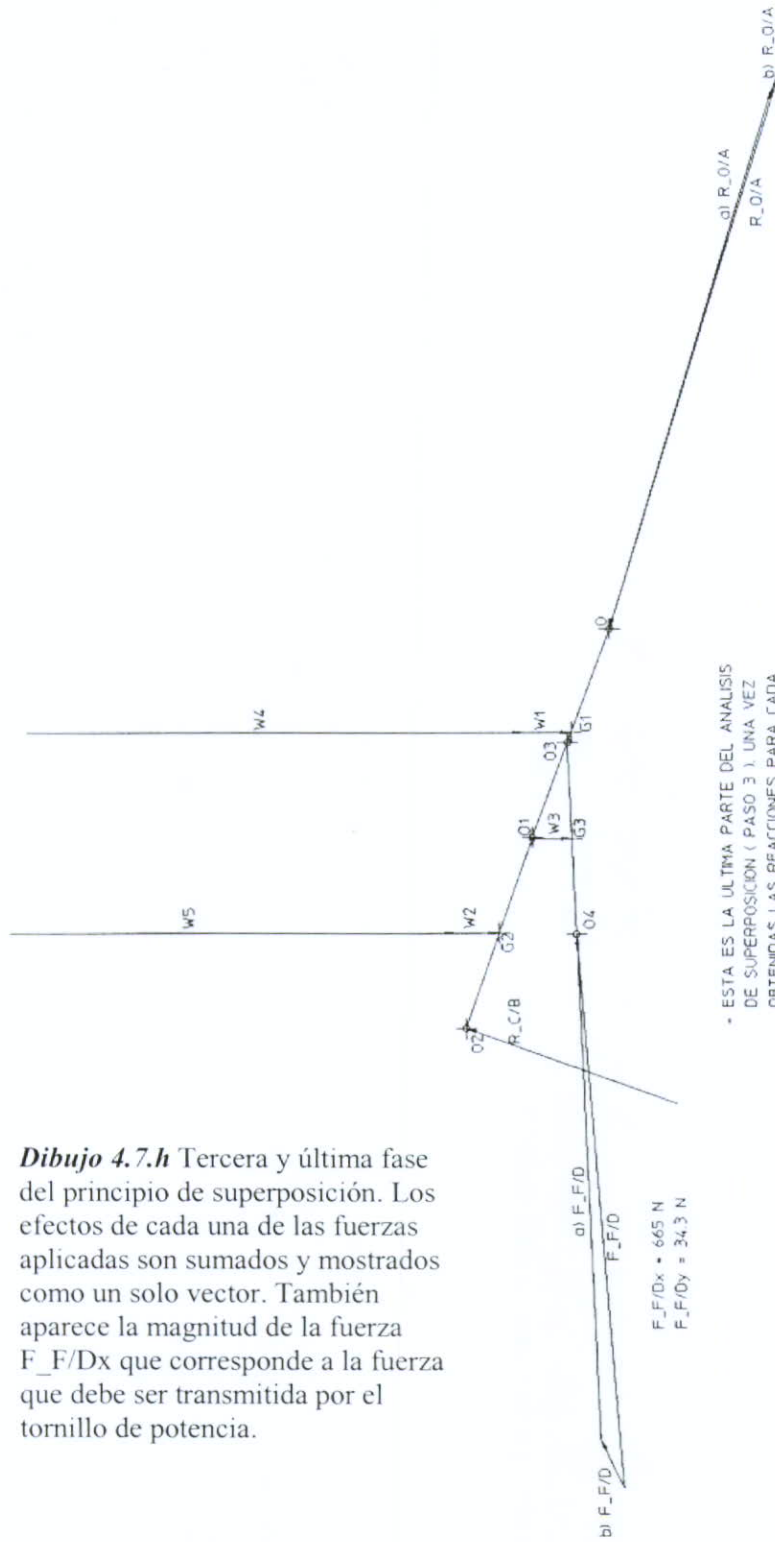
PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

- APLICAMOS EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN Y RESOLVEMOS PARA EL CASO EN EL QUE ACTUA LA FUERZA  $W_3$  EN EL SISTEMA. OBSERVEMOS COMO AL INICIO DE ESTA ETAPA ( PASO 2.2 ) SE CONOCE LA DIRECCION DE LA FUERZA  $F_{A/D}$ .

**Dibujo 4.7.g** Aplicación del principio de superposición en su segunda Fase.



DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DE MECANISMO



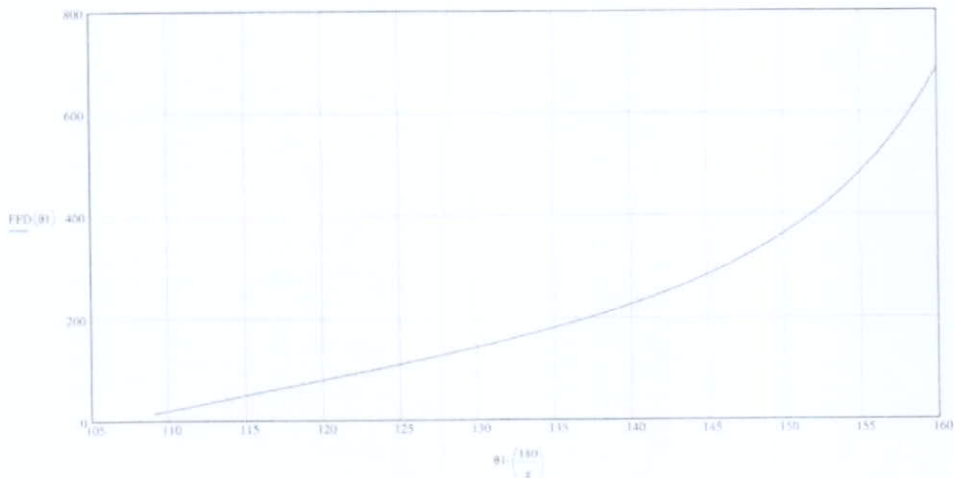
**Dibujo 4.7.h** Tercera y última fase del principio de superposición. Los efectos de cada una de las fuerzas aplicadas son sumados y mostrados como un solo vector. También aparece la magnitud de la fuerza  $F_F/D_x$  que corresponde a la fuerza que debe ser transmitida por el tornillo de potencia.

- ESTA ES LA ÚLTIMA PARTE DEL ANALISIS DE SUPERPOSICION ( PASO 3 ). UNA VEZ OBTENIDAS LAS REACCIONES PARA CADA UNO DE LOS CASOS SE REALIZA SU SUMA, OBTENIENDOSE LA REACCION TOTAL.

- EL DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DEL MECANISMO MUESTRA LAS FUERZAS EXTERNAS APLICADAS Y LAS REACCIONES OBTENIDAS A PARTIR DE ESTE ANALISIS.

### 4.3.2 Análisis de fuerza (Método analítico)

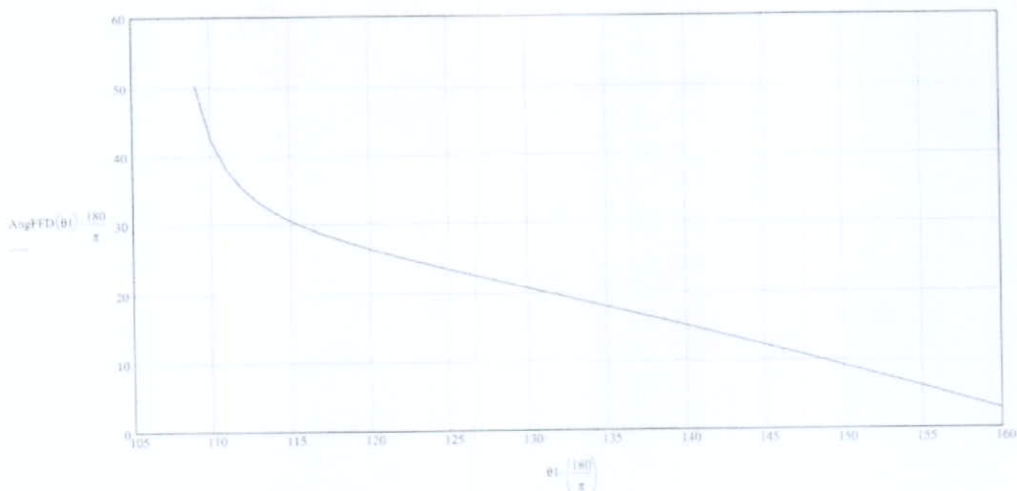
El análisis anterior se repitió en varios puntos de la carrera. Esta vez se utilizó un método analítico en lugar del método gráfico utilizado. Los resultados se muestran a continuación. Todos los parámetros graficados se encuentran en función del ángulo  $\theta_1$ , que es el ángulo que se forma entre el muslo y la horizontal.



**Dibujo 4.8** La fuerza  $F_{F/D}$ , es la fuerza que es aplicada al pasador O4. Esta es la fuerza transmitida por el tornillo de potencia y la guía (F) al eslabón de fuerza (D). Esta gráfica muestra la magnitud de esta fuerza.

$F_{F/D} \text{ max} = 685.7 \text{ N}$

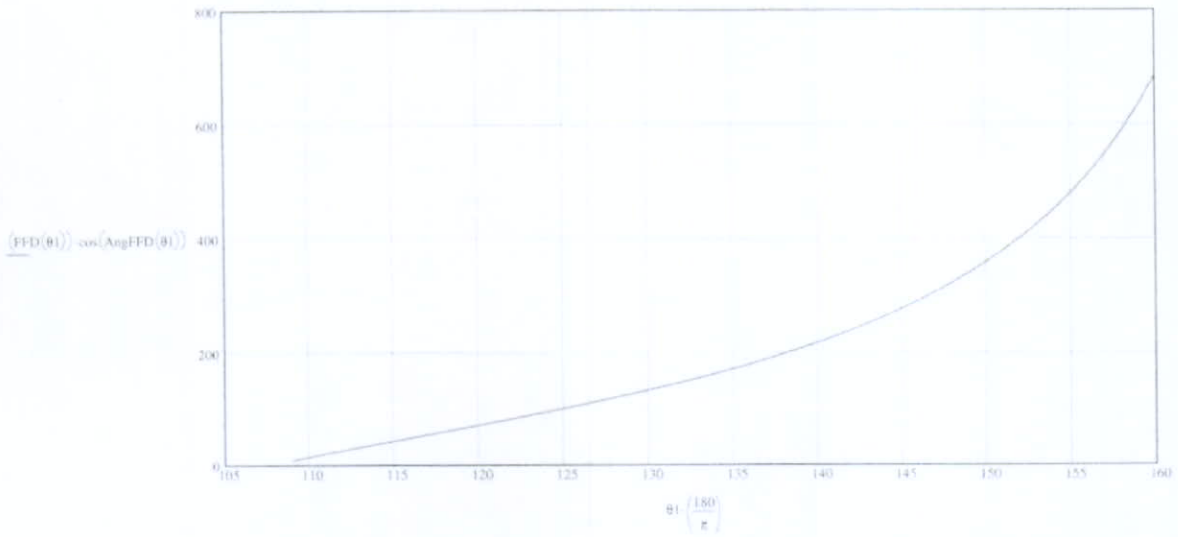
$F_{F/D} \text{ min} = 14 \text{ N}$



**Dibujo 4.9**  $\text{Ang} F_{F/D}$ , es el ángulo de la fuerza  $F_{F/D}$

$\text{Ang} F_{F/D} \text{ max} = 50.2^\circ$

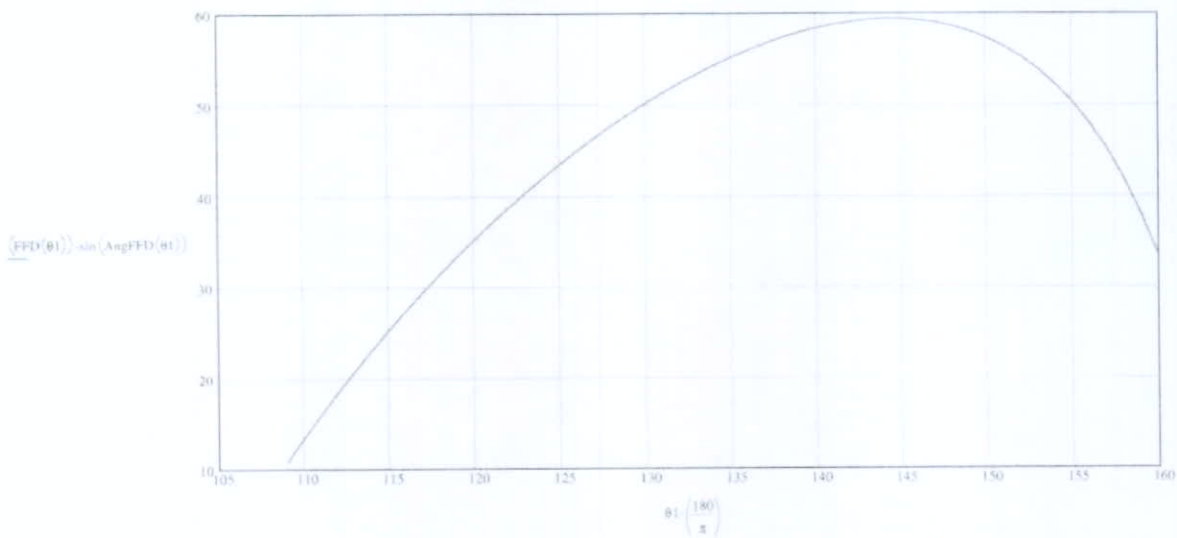
$\text{Ang} F_{F/D} \text{ min} = 2.8^\circ$



**Dibujo 4.10** Esta gráfica muestra los valores del componente horizontal de la fuerza  $F_F/D$ .

$$F_F/D_x \text{ max} = 685 \text{ N}$$

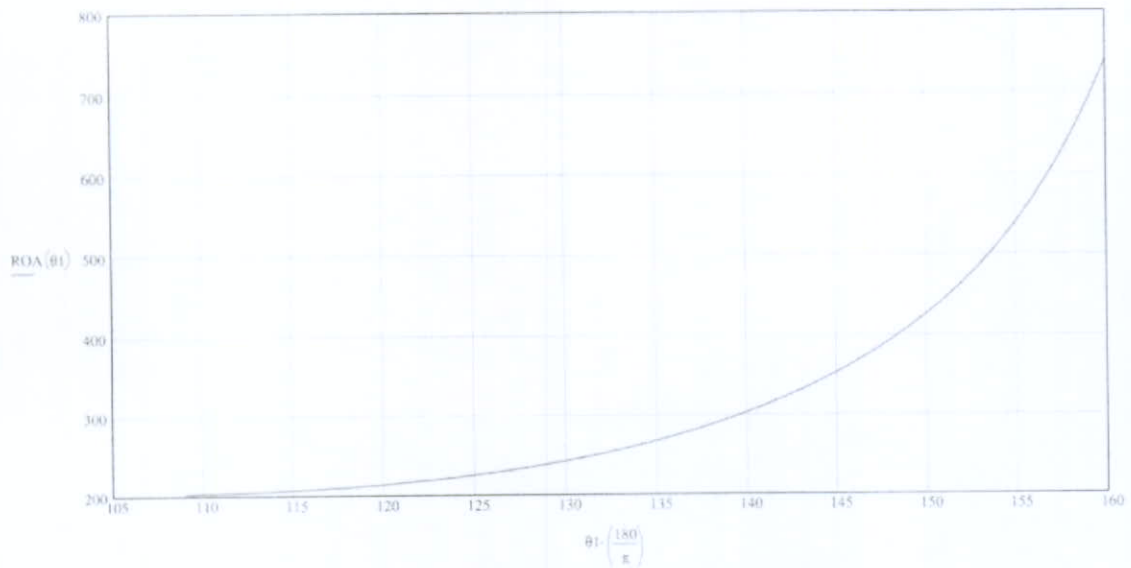
$$F_F/D_x \text{ min} = 9 \text{ N}$$



**Dibujo 4.11** Esta gráfica muestra los valores del componente vertical de la fuerza  $F_F/D$ .

$$F_F/D_y \text{ max} = 60 \text{ N}$$

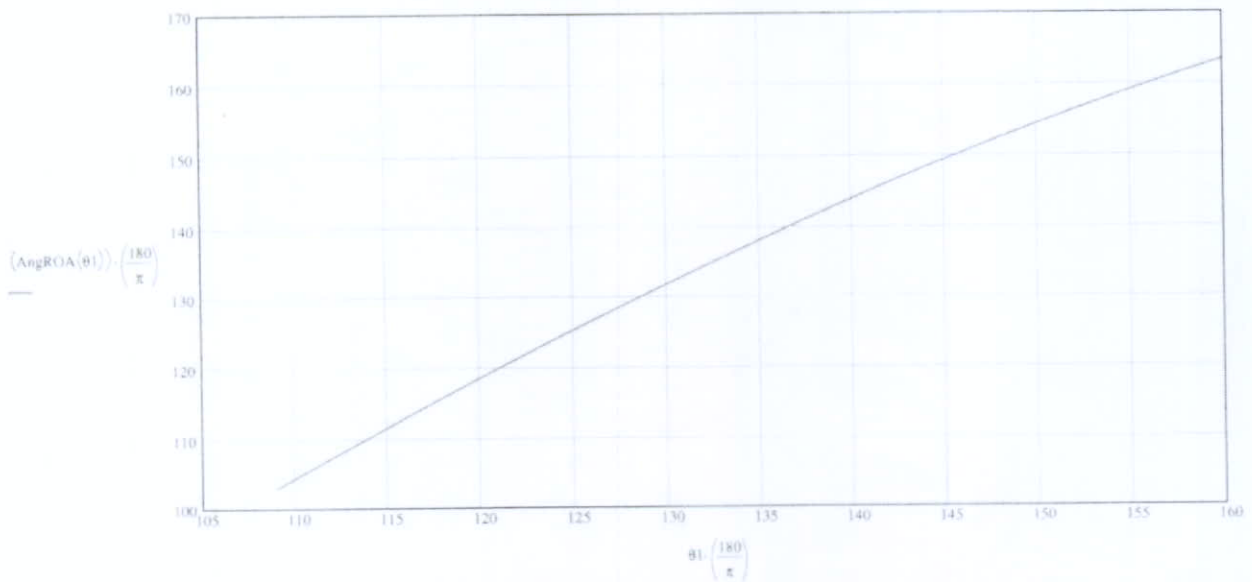
$$F_F/D_y \text{ min} = 11 \text{ N}$$



**Dibujo 4.12** Esta gráfica muestra la magnitud de la reacción  $R_{O/A}$ . Esta reacción es la fuerza aplicada del soporte al eslabón A. El punto de aplicación es el pasador O ( Cadera ).

$$R_{O/A} \text{ max} = 739 \text{ N}$$

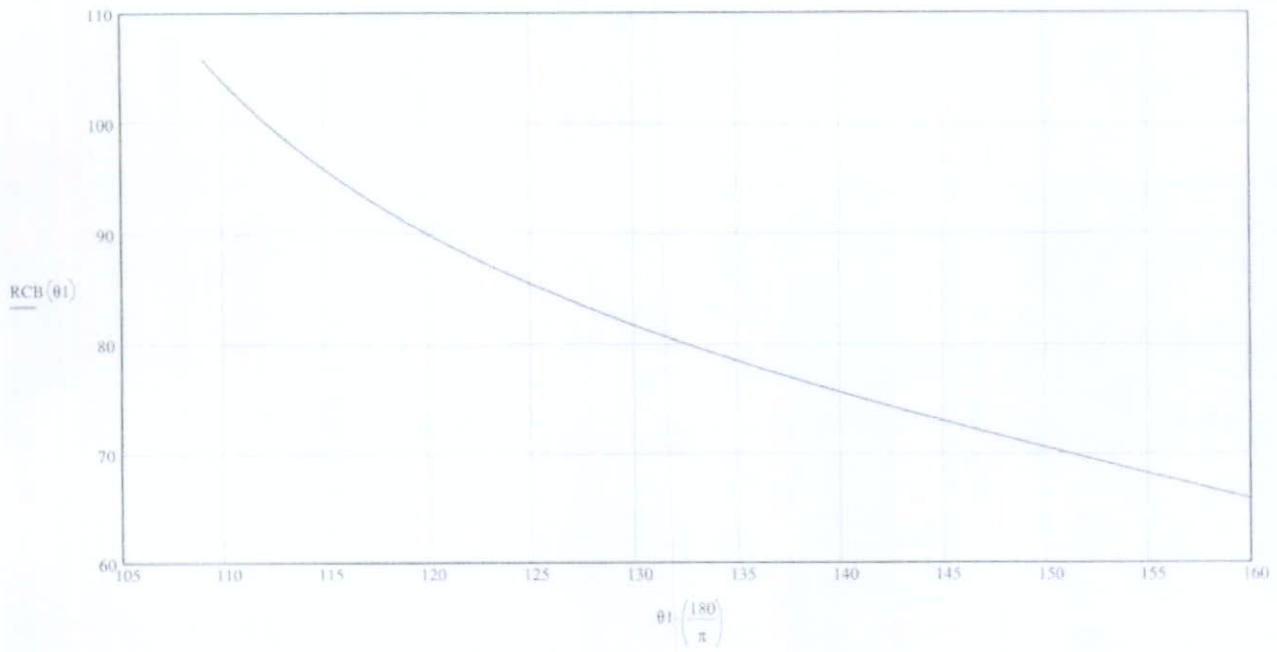
$$R_{O/A} \text{ min} = 203 \text{ N}$$



**Dibujo 4.13** Angulo de la reacción  $R_{O/A}$ .

$$\text{Ang } R_{O/A} \text{ max} = 163^\circ$$

$$\text{Ang } R_{O/A} \text{ min} = 103^\circ$$



**Dibujo 4.14** Gráfica de la magnitud de la reacción  $R_{C/B}$ . Esta es la fuerza aplicada de la guía a la corredera en el punto O2.

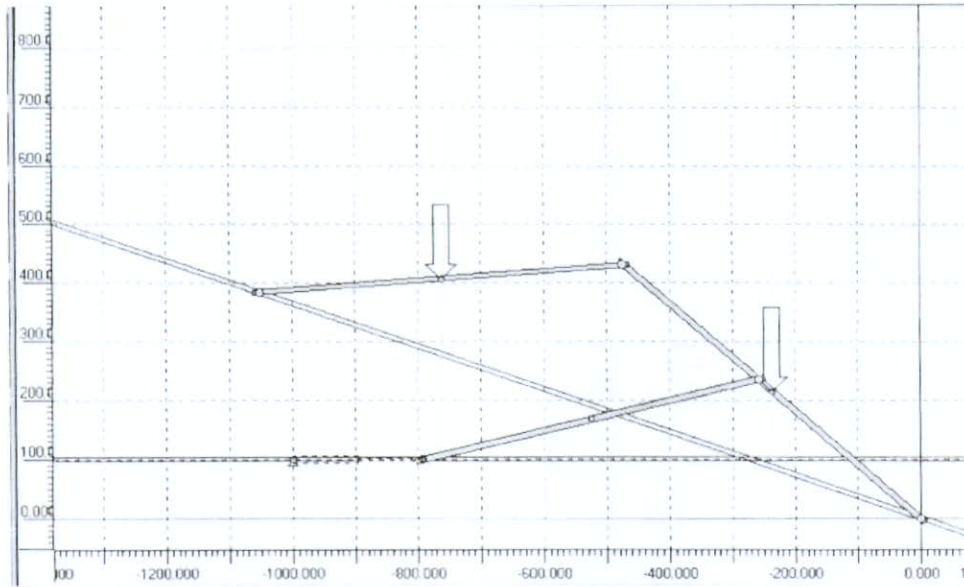
$R_{C/B}$  max = 106 N

$R_{C/B}$  min = 65.8 N

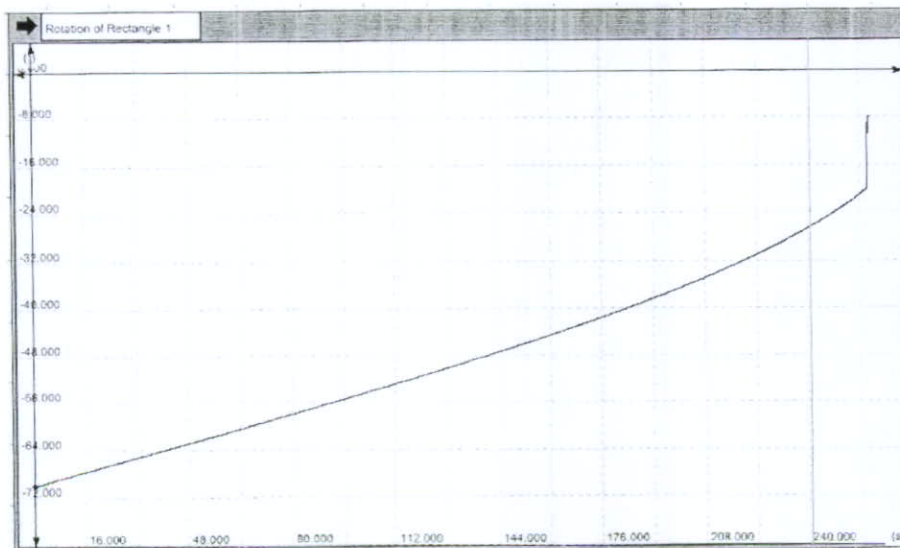


### 4.3.3 Comprobación de resultados

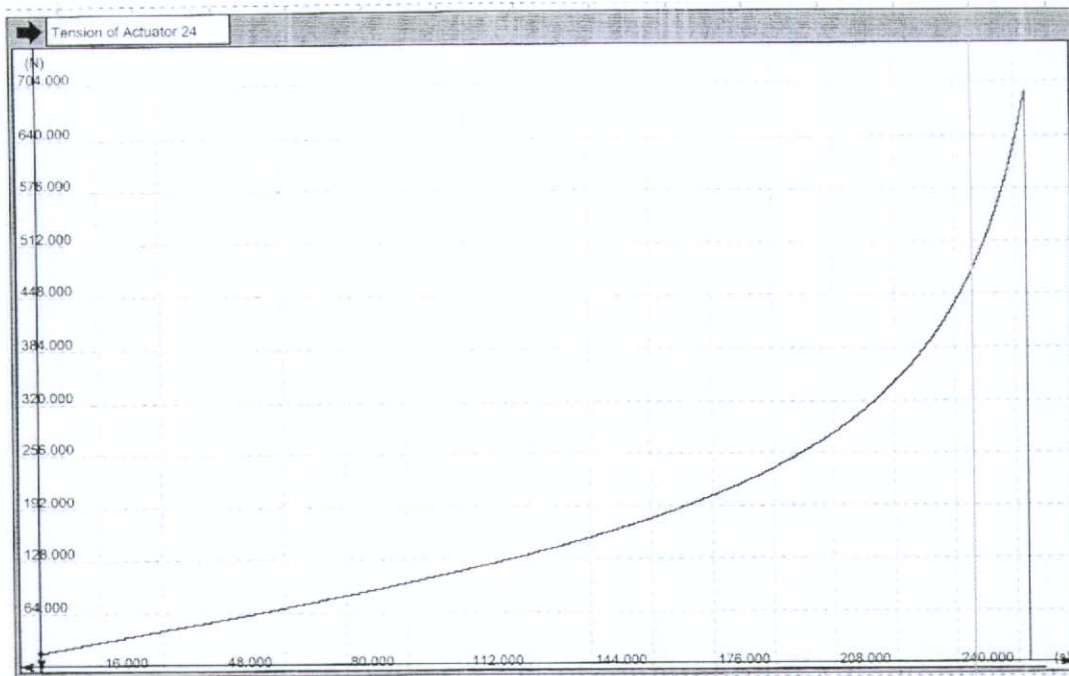
Una vez terminado este análisis se realizó una simulación con las mismas condiciones de carga y longitudes de eslabones. Los valores de fuerza obtenidos son muy próximos, esto indica que el análisis simplificado es válido, es decir el haber despreciado las fuerzas inerciales y considerar al mecanismo en estado estático ( Ver *Dibujo 4.7.b* ).



*Dibujo 4.15* Simulación del mecanismo. Durante la simulación se utilizaron las mismas magnitudes de fuerza externa aplicadas al mecanismo y las mismas longitudes de eslabones del ejemplo resuelto en la *Sección 4.3.2*



*Dibujo 4.16* Este es el perfil de posición angular respecto al tiempo del eslabón A ( Muslo ) obtenido durante la simulación del mecanismo.



**Dibujo 4.17** Fuerza aplicada por el tornillo de potencia al mecanismo. La forma de la gráfica y sus valores son muy próximos a los mostrados en el **Dibujo 4.10** del análisis de la **Sección 4.3.2**.

Los datos y valores proporcionados por cada una de las gráficas de fuerzas en el mecanismo serán utilizadas en el diseño y selección de los elementos de máquina.

## **4.4 Conclusión**

En este capítulo es presentada una propuesta de movilizador de rodilla. La caracterización del mecanismo nuevo fue hecha a partir de una serie de análisis de cinemática y análisis de fuerza cuyos resultados fueron validados a través de una simulación. Estas herramientas de análisis nos permiten evaluar los cambios hechos en la nueva propuesta (como ejemplo podemos citar la posible variación de la altura de la corredera de potencia) durante su etapa de diseño. Los resultados obtenidos de los análisis de fuerza serán utilizados para el diseño y selección de los elementos de máquina, además nos permiten comparar la nueva propuesta con la máquina actual.

# CAPITULO 5: DISEÑO Y SELECCION DE ELEMENTOS DE MAQUINA

## 5.1 Motor y reductor de velocidad

La selección del motor se hizo a partir de los valores de potencia requeridos para mover el mecanismo además, dichos valores se obtuvieron a partir de las simulaciones hechas en el mecanismo. También se consideró en su selección el hecho de que todos los cálculos se hicieron sin considerar las pérdidas por fricción en el mecanismo.

Un reductor de velocidad fue seleccionado junto con el motor. La razón de velocidad del reductor se calculó sobre la base de la velocidad lineal promedio de la corredera del mecanismo de potencia y el paso del tornillo de potencia. A continuación se muestran las características y dimensiones del moto-reductor en la *Figura 5.1*<sup>(9)</sup>.

---

<sup>(9)</sup> STOCK DRIVE PRODUCTS, HANDBOOK OF DESIGN COMPONENTS, CATALOG D220

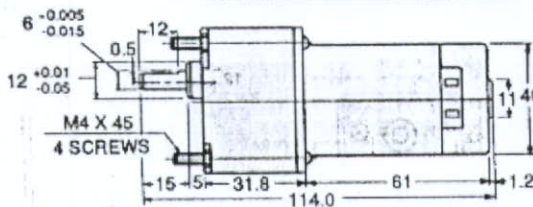
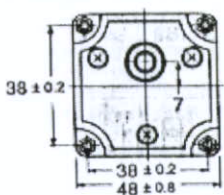
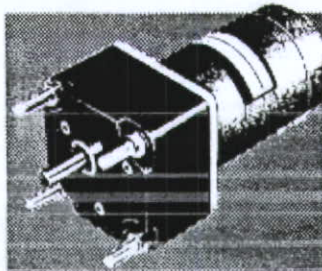
■ 12 VOLT

■ 48 mm SQUARE HOUSING

**MOTOR SPECIFICATIONS:**

Rated Voltage (V) – 12  
 Rated Torque (N · mm) – 29.4  
 Rated Speed (rpm) – 3800  
 Rated Current (mA) – 2145  
 No Load Speed (rpm) – 5300  
 No Load Current (mA) – 250  
 Weight (g) – 290  
 Rated Output (W) – 11.7

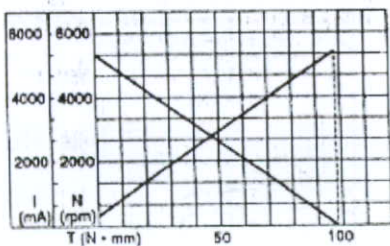
For replacement gearheads, see A 2G31MB... Series.



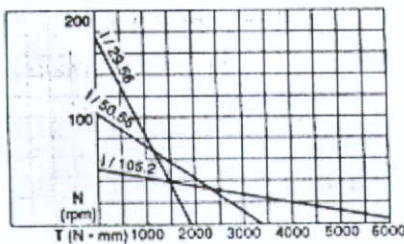
**MATERIAL:** Housing – Aluminum  
 Shafts – Steel  
 Gears – Steel  
 Bearings – Bronze

Catalog Number	Ratio to 1	Rated Torque N · mm (oz. in.)	Speed rpm	
			Rated	No Load
D33S57M40B0013D	12.84	294.2 (41.7)	303	419
D33S57M40B0026D	26.3		152	202
D33S57M40B0030D	29.56	490.3 (69.4)	140	179
D33S57M40B0051D	50.66		91	105
D33S57M40B0105D	105.2	981 (139)	43	50
D33S57M40B0152D	152		31	35

**MOTOR CHARACTERISTICS**



**GEARED MOTOR CHARACTERISTICS**



*Figura 5.1* Características y dimensiones de Moto-Reductor seleccionado.

Moto-Reductor Seleccionado:

Número de Catalogo: D33S57M40B0152D

Razón de Velocidad del Tren de Engranes: 1/152

**2 MOTORS - METRIC -**



## 5.2 Elemento de transmisión de potencia

El elemento de transmisión de potencia que fue seleccionado fue un tornillo de alta eficiencia ( Ball Screw & Ball Nut ). Las características y dimensiones de los elementos se muestran en la *Figura 5.2*<sup>(9)</sup>.

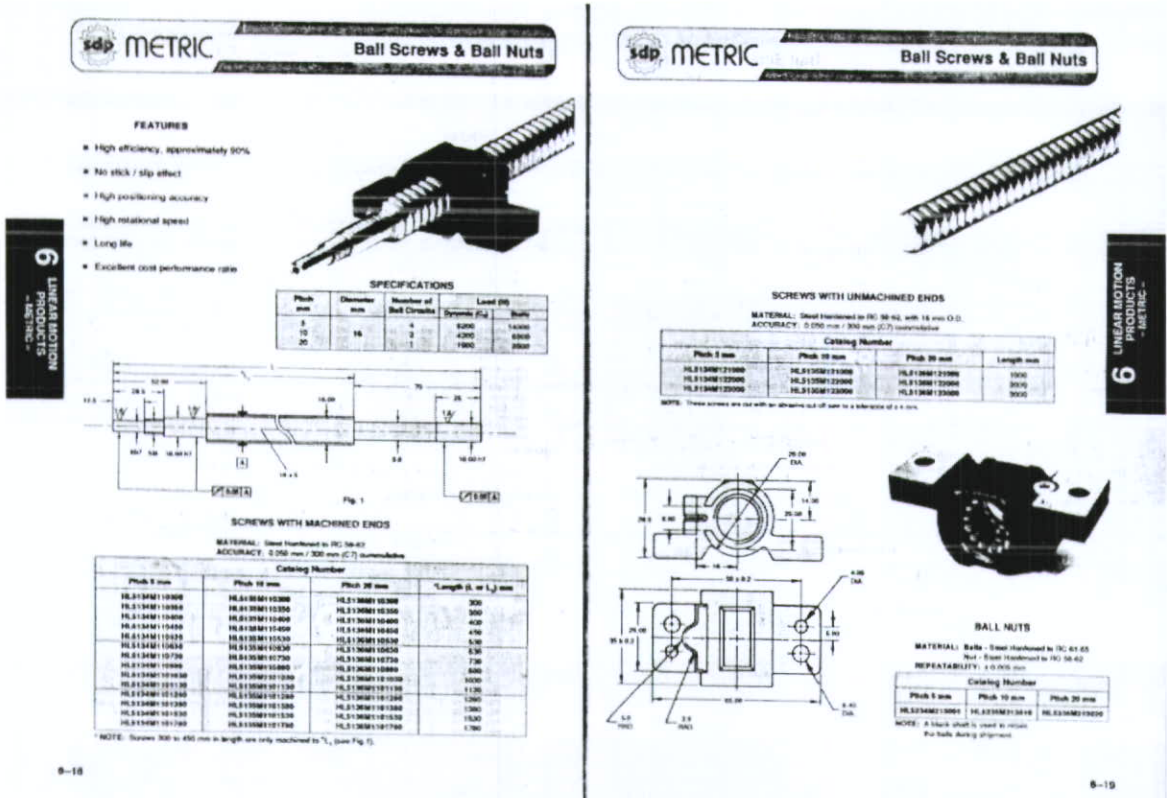


Figura 5.2 Características y dimensiones de Tornillo ( Ball Screw ) y Tuerca ( Ball Nut ) de alta eficiencia.

El tornillo seleccionado tiene el número de parte HL5134M110450 mientras que la tuerca su número de parte es el HL5234M213001. Después de la selección se realizaron algunos cálculos que se muestran a continuación, esto con el propósito de evaluar la vida de los elementos.

Carga Promedio

$$P_{RMC} = 19.2 \text{ newton}$$

<sup>(9)</sup> STOCK DRIVE PRODUCTS, HANDBOOK OF DESIGN COMPONENTS, CATALOG D220

Vida de Trabajo

Carga Axial Dinámica

Ca = 4200 newton

$$L = \left( \frac{Ca}{P\_RMC} \right)^3 \cdot 10^6$$

L = Vida de Trabajo expresada en número de revoluciones

$$L = 1.047 \cdot 10^{13}$$

La velocidad promedio de rotación del tornillo es de 64 rev / min, la vida promedio en horas será de:

$$VIDA\_TRABAJO = \left( \frac{L}{64} \right) \cdot \left( \frac{1}{60} \right)$$

$$VIDA\_TRABAJO = 2.726 \cdot 10^9$$

Torque requerido para producir una fuerza axial de Empuje

T= Torque (Nm)

P= Paso (mm)

F= Fuerza Lineal Resultante (N)

$$P = 5$$

$$F = 530$$

$$T = \frac{F \cdot P}{2000 \pi \cdot 0.9}$$

$$T = 0.469$$

Máximo torque requerido

Carga Crítica de Columna

Método de Montaje: Fijo y Flotante

E= Módulo de Young ( $30 \cdot 10^6$ ) lbf/in

I= Momento de Inercia (  $\text{in}^4$  ), ( $0.049 \cdot R^4$ )

R= Diámetro de Raíz ( in )

L= Longitud entre soportes o no soportada ( in )

$$E = 30 \cdot 10^6$$

$$R = 0.4330$$

$$I = 0.049R^4$$

$$L = 15.666$$

$$P_c = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$$

$$P_c = 4.154 \cdot 10^3$$

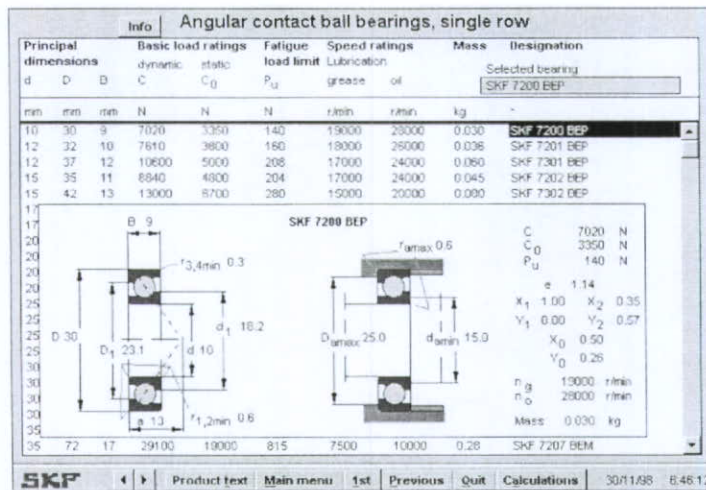
El valor de  $P_c = 4154$  lbf que es igual a  $18477.9$  N. Si consideramos que la carga axial máxima es de  $530$  N, el factor de seguridad es de  $34.8$ .

Los valores de los resultados obtenidos muestran una gran confiabilidad de los elementos bajo las condiciones de carga que se tendrán en la operación del equipo.

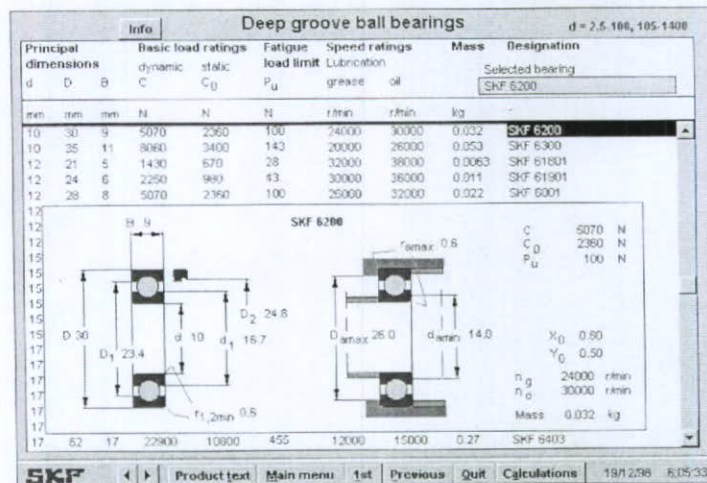
## 5.3 Baleros, bujes y coples

### Baleros

Se seleccionaron dos tipos de baleros como soporte del tornillo de potencia, estos son Balero de bolas y Balero de bolas de contacto angular. Esta decisión se tomó en base a las características de soporte de cargas axiales y radiales que tiene cada uno de ellos. Las **Figuras 5.3** y **5.4** muestran las características y dimensiones de los baleros seleccionados<sup>(11)</sup>.



**Figura 5.3.** Balero de bolas de contacto angular. El número de parte del balero seleccionado es el SKF 7200 BEP.



**Figura 5.4** Balero de bolas seleccionado con número de parte SKF 6200.

<sup>(11)</sup> SKF, SKF ELECTRONIC HANDBOOK, 1996

A continuación se presenta como ejemplo el cálculo de la vida de operación del rodamiento de bolas de contacto angular.

Cálculo de Carga Radial Equivalente:

$F_e$  : Carga Radial Equivalente

$F_r$  : Carga Radial Aplicada

$F_a$  : Carga Axial Aplicada

$V$  : Factor de Rotación

$X$  : Factor Radial

$Y$  : Factor de Empuje (Axial)

$$V = 0$$

$$F_a = 530 \text{ newton}$$

$$F_r = 0 \text{ newton}$$

$$C_o = 3350 \text{ newton}$$

$$C = 7020 \text{ newton}$$

$$X = 0.56$$

$$Y = 1.31$$

$$F_e = X \cdot V \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

$$F_e = 694.3 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}^{-2}$$

$$F_e < C$$

Vida de Operación

L<sub>10</sub>: Vida Nominal en Millones de Revoluciones

C: Capacidad de Carga Dinámica

$$L_{10} = \left( \frac{C}{F_e} \right)^3$$

$$L_{10} = 1.034 \cdot 10^3$$

Un cálculo similar fue realizado para el balero de bolas. Como se puede observar los resultados muestran que no existe ningún problema al utilizar este rodamiento.

Bujes

En el mecanismo encontramos elementos cuyo movimiento es de traslación con respecto a otro ( Guías ) o de rotación ( Eslabones ). Para disminuir las pérdidas por fricción y aumentar la vida de operación fueron seleccionados bujes de plástico para aplicaciones de contacto lineal y contacto radial. La **Figura 5.5** y **Figura 5.6** muestran algunos ejemplos de estos elementos<sup>(12)</sup>.

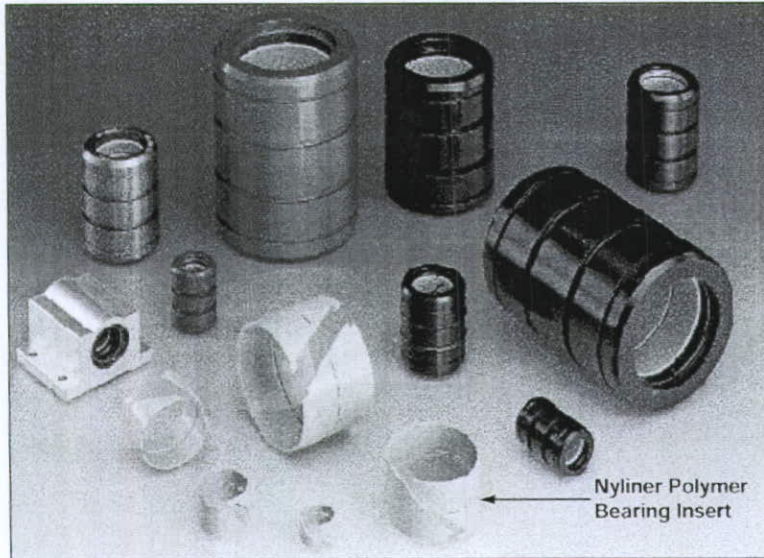
---

<sup>(12)</sup> THOMSON, NYLINER ENGINEERED POLYMER BEARINGS, <http://www.thomsonind.com>



## Nyliner\* Bushing Bearing

Durable, Smooth, Washable, Precise, Rebuildable Linear Bearings



### Thomson Nyliner\* Bushing Bearing Offers:

- 75% lower maintenance costs with replaceable Nyliner Polymer Bearing inserts
- Self lubricating, proprietary, composite bearing surface
- Low friction, ideally suited for linear and rotary motion
- Corrosion resistance
- Excellent performance in high vibration and mechanical shock applications
- Load capacities up to 16,700 lbf
- Anodized aluminum sleeves machined to precision tolerances
- Closed and self-aligning configurations
- Integral bearing wipers keep particulate from bearing surfaces
- Pillow block housings
- Quick & easy installation
- Pre-lubricated at factory for fast break-in
- Product availability in industry standard sizes from 0.375" to 2.00"

ISO 9000

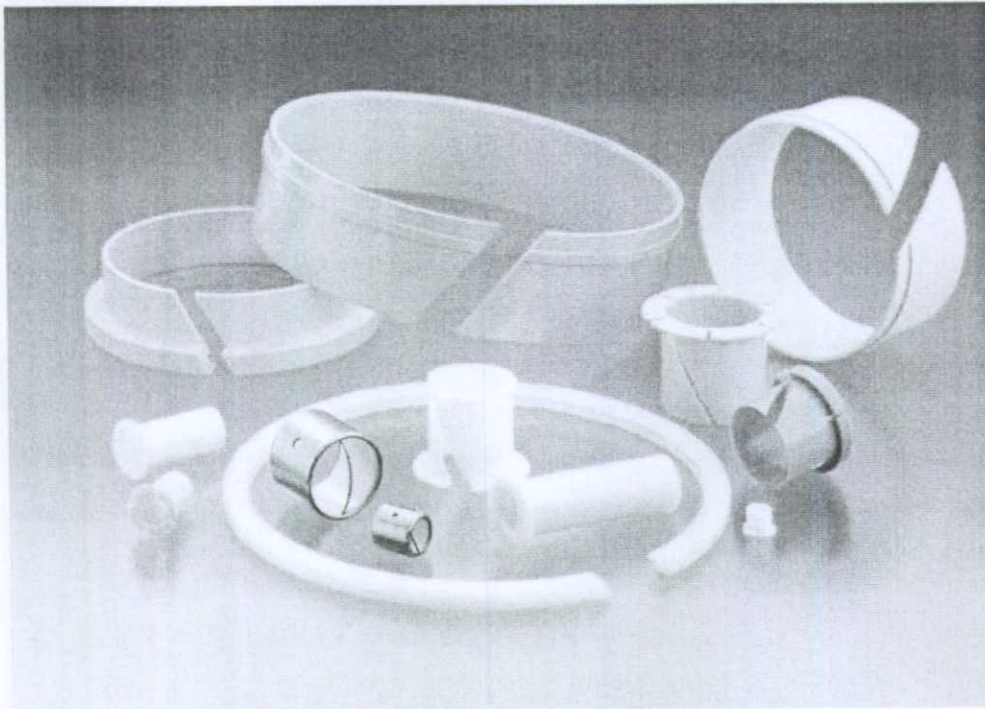
The Thomson Industries Group of Companies  
is ISO 9000 Registered.  
General Motors Supplier of the Year, 1995 & 1996

**THOMSON**  
First in Polymer Bearing Technology

\*Trademarks of Thomson Industries, Inc. THOMSON is registered in the U.S. Patent and Trademark Office and in other countries.

**Figura 5.5** Bujes de contacto lineal cuya aplicación es en problemas de traslación.

## Nyliner\* Engineered Polymer Bearings



METRIC

**THOMSON**  
First in Polymer Bearing Technology

*Figura 5.6* Bujes de contacto radial cuya aplicación es en problemas de rotación.

A continuación se presenta una breve explicación acerca del desempeño y características de estos bujes:

Bajo costo y alto desempeño son algunas de las características de estos productos. Bujes de plástico son una alternativa ideal en el reemplazo de bujes de bronce sinterizado o de otros metales. Estos productos son fabricados utilizando procesos de inyección de plástico con materiales termoplásticos de alta calidad. Esto les da características de alto acabado superficial, alta precisión y baja fricción ( Lineal y de rotación ).

En muchas áreas de la industria estos versátiles bujes plásticos de alta precisión están dando soluciones de costo efectivo en miles de problemas de diseño, por ejemplo frenos de automóvil, ensambles del pedal de clutch, cilindros hidráulicos, suspensiones de camiones y muchos otros.

Algunas de las características en el diseño de estos productos son su construcción de pared delgada que le permite una eficiente transferencia de calor y un ajuste automático de diámetro debido a variaciones de temperatura o humedad. Los polímeros termoplásticos tienen gran resiliencia, resistencia al desgaste, bajo coeficiente de fricción que les permite trabajar sin lubricación. Estos plásticos no son afectados por sustancias alcalinas, ácidos diluidos, detergentes, alcohol o solventes orgánicos. No se ve afectado su desempeño en ambientes hostiles los cuales pueden llegar a destruir plásticos ordinarios o llegar a corroer metales.

Las principales características de estos bujes son:

- Durables, alto acabado superficial e intercambiables para rápido mantenimiento y servicio del equipo
- Temperatura máxima continua de operación 120°C
- Coeficiente de fricción (sin lubricante) de 0.15
- Velocidad lineal máxima de operación 2 m/seg
- Propiedades de auto-lubricación
- Resistencia a la corrosión
- Excelente desempeño en aplicaciones donde exista alta vibración y choques mecánicos
- Capacidades de carga arriba de 7500 kg

## Coples

Cople seleccionado<sup>(10)</sup>:

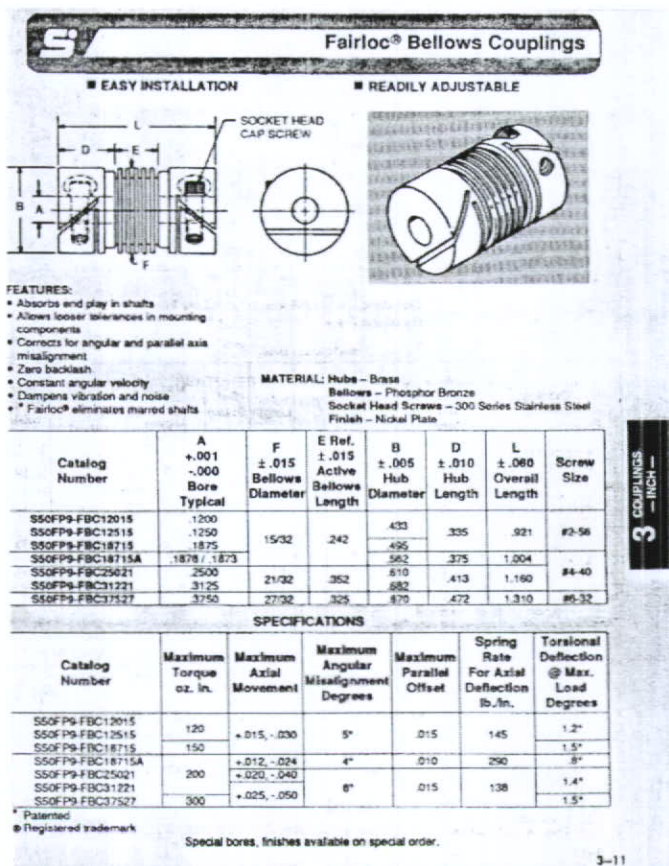
Fairloc Bellow Coupling

Número de Catalogo: S50FP9-FBC18715

Este cople fue seleccionado considerando su capacidad de transmisión de torque. Las características de este tipo de cople son las siguientes:

- Capacidad de absorber tolerancia de los diámetros de flechas
- Puede absorber desalineamiento angular.
- Cero histeresis mecánica
- Velocidad angular constante
- Amortigua vibración y ruido

La **Figura 5.7** muestra las dimensiones y otras características de este cople:



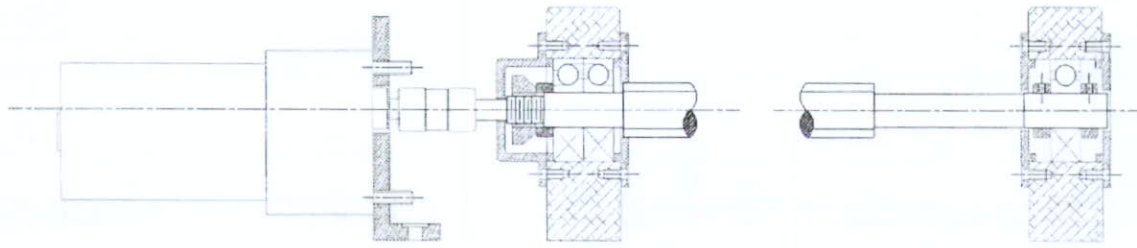
**Figura 5.7** Características y dimensiones del buje seleccionado.

<sup>(10)</sup> STOCK DRIVE PRODUCTS, HANDBOOK OF SHAFTS, BEARINGS & COUPLINGS, CATALOG D200

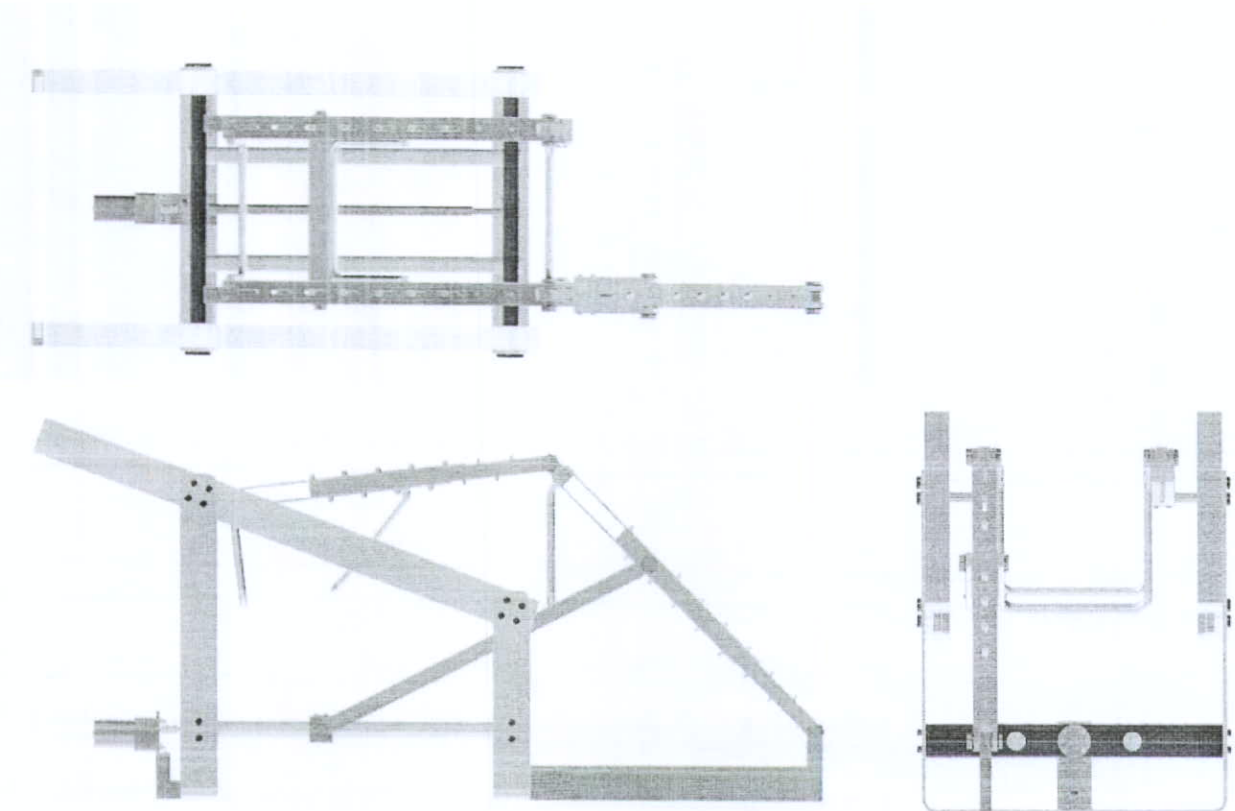


## 5.4 Dibujos de propuesta de movilizador de rodilla

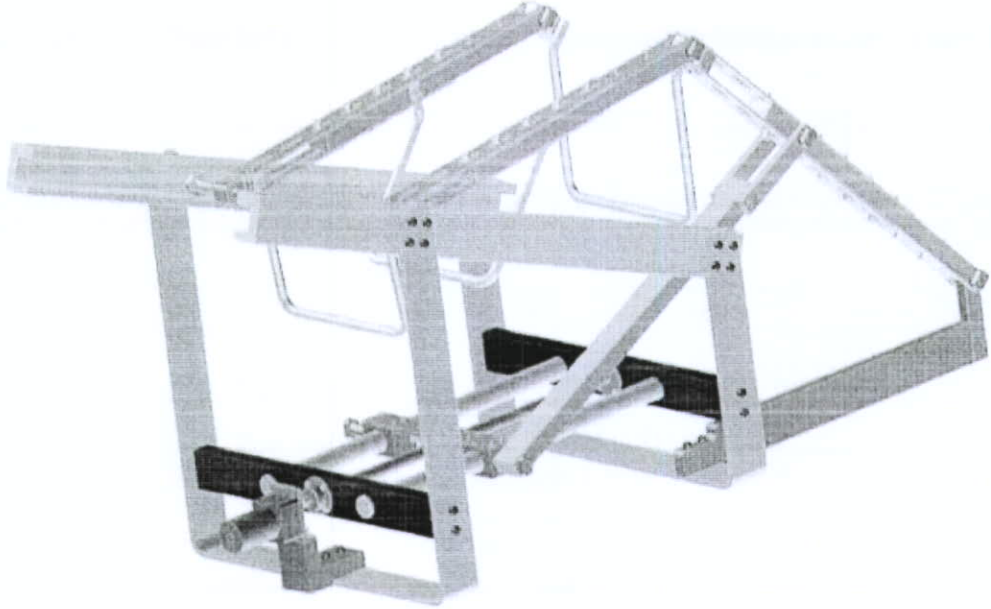
Después de conocer las fuerzas en el mecanismo y haber seleccionado algunos elementos de máquina se realizó el diseño del mecanismo propuesto. A continuación se presentan algunas vistas y dibujos de ensamble.



**Figura 5.8** Ensamble Motor – Tornillo de Potencia. En él se muestran los tipos de baleros utilizados y su forma de montaje ( Apoyo fijo – Apoyo Flotante ).



**Figura 5.9** Vistas Superior, Frontal y Lateral del ensamble.



*Figura 5.10* Vistas de Isometrico del Ensamble



## **5.5 Conclusión**

La información generada en capítulos anteriores fue utilizada en el diseño y selección de los distintos elementos de máquina. La alta eficiencia de trabajo es una de las características que se buscaron en cada uno de los elementos de máquina seleccionados. En algunos de ellos podemos descubrir que su buen desempeño se debe a la tecnología desarrollada en su geometría y materiales de ingeniería utilizados.

## APENDICE A COMPARACION DE AMBOS MECANISMOS

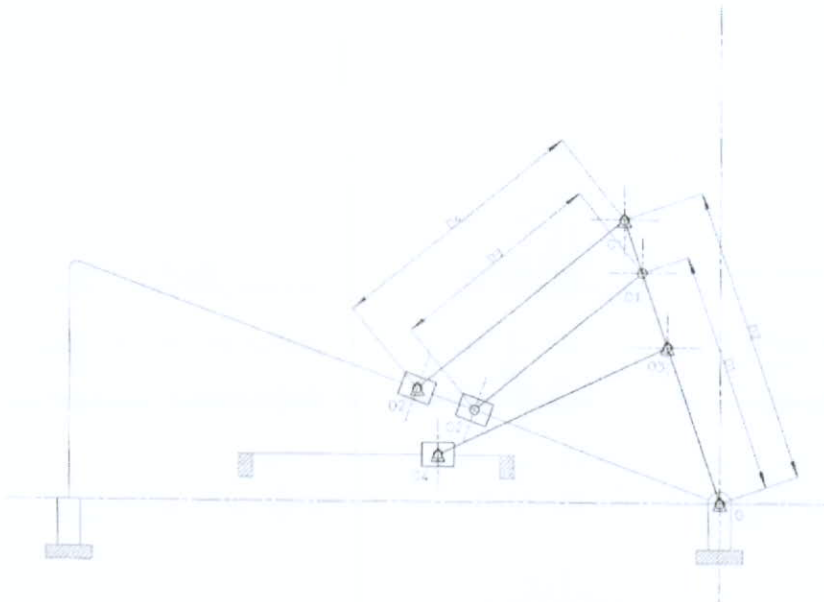
Las principales diferencias entre el mecanismo propuesto en este trabajo y el mecanismo actual las podemos encontrar en los siguientes puntos:

- a) Carrera y Ajuste ( Set Up )
- b) Fuerza transmitida por el tornillo de potencia
- c) Potencia necesaria para mover el mecanismo
- d) Complejidad del ensamble y numero de partes

Cada uno de estos puntos será tratado a continuación.

- a) Carrera y Ajuste ( Set Up )

A pesar de las distintas longitudes de extremidad que podemos encontrar en una población, existe una proporción que siempre se guarda entre muslo y pierna. Esta proporción es aprovechada por el eslabonamiento que existe en el mecanismo propuesto para alcanzar ángulos de rehabilitación con la misma carrera para distintas longitudes de extremidad. Esta característica es mostrada en la **Figura A1**.



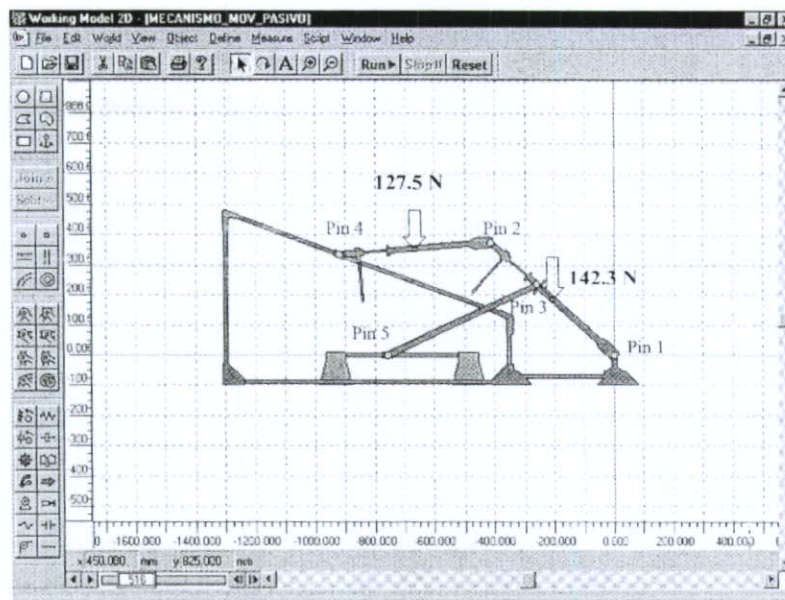
**Figura A1** Se puede observar que a pesar de haber cambiado la longitud de la extremidad ( $D1 + D3 \neq D2 + D4$ ) el ángulo de rehabilitación alcanzado para ambos casos y la carrera necesaria son los mismos. Esto se debe a la semejanza de triángulo que se establece en el eslabonamiento del mecanismo propuesto ( $D1/D2 = D3/D4$ ).

Esta propiedad simplifica los ajustes ( Set Up ) necesarios para realizar la rehabilitación. En el caso del mecanismo actual, cada longitud de extremidad necesita un ajuste particular lo cual es una desventaja. Esto se puede observar en las explicaciones dadas en el capítulo 3.

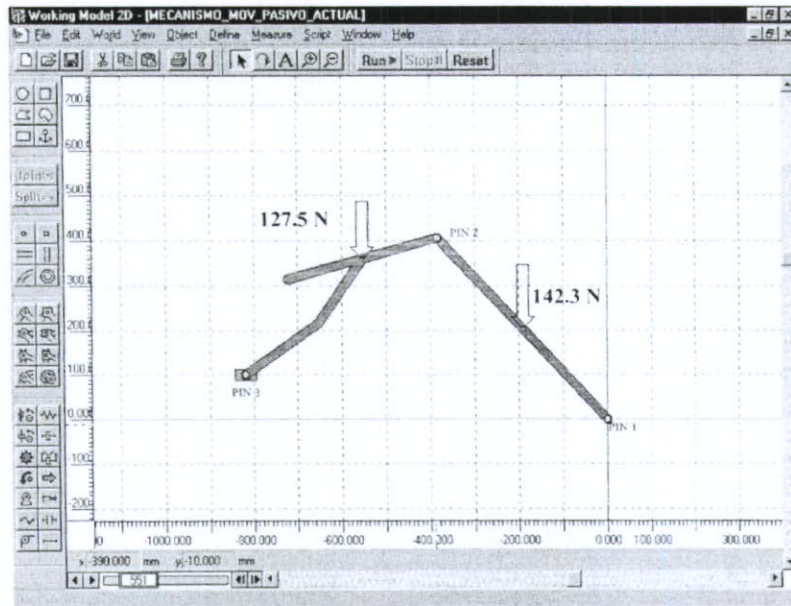
Por otra parte la magnitud de la carrera en el mecanismo propuesto es menor que en el mecanismo actual, esto permite seleccionar un tornillo de potencia de menor longitud, disminuyendo los problemas de flexión así como las aceleraciones pico requeridas para completar el movimiento, algunas otras características se muestran enseguida.

#### b) Fuerza transmitida por el tornillo de potencia

En ambos mecanismos se realizó una simulación bajo las mismas condiciones de carga, características de movimiento de entrada al sistema y misma longitud de extremidad. Algunos de los resultados obtenidos se muestran a continuación.

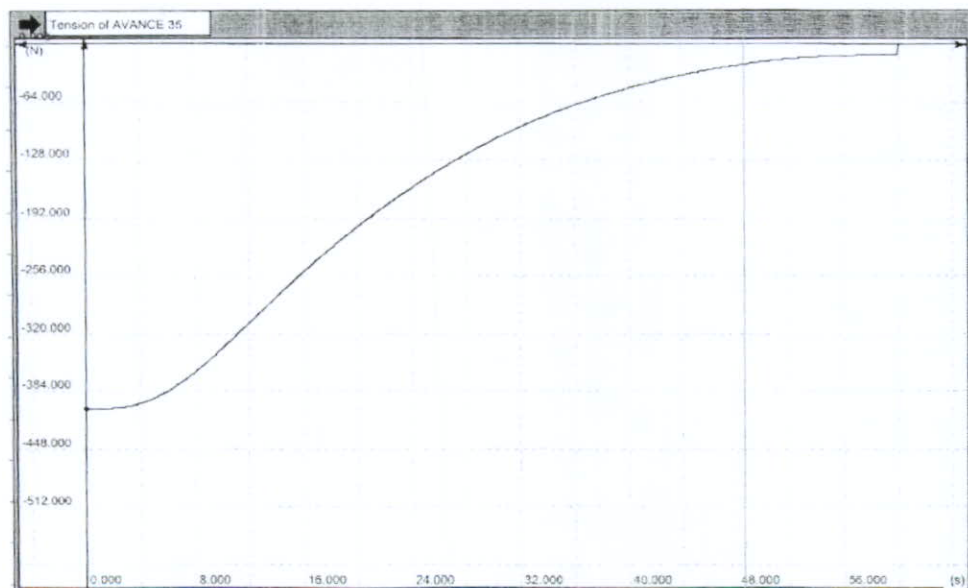


*Figura A2* Simulación de mecanismo propuesto

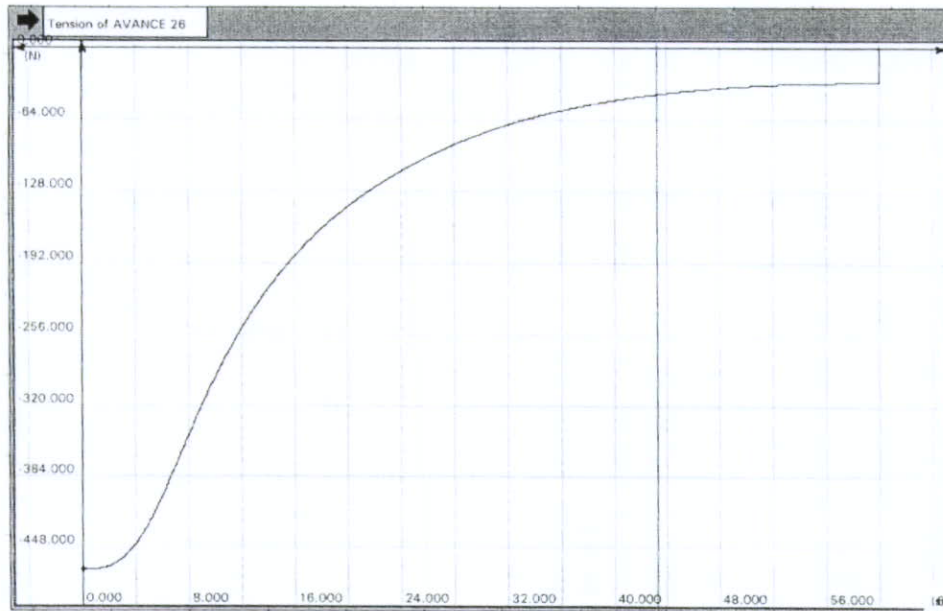


**Figura A3** Simulación de mecanismo actual

Durante la simulación se gráfico la fuerza necesaria que debe ser transmitida por el tornillo de potencia para mover el mecanismo, los resultados se muestran abajo en la **Figura A4** y **Figura A5**.



**Figura A4** Fuerza transmitida por el tornillo de potencia en el mecanismo propuesto.



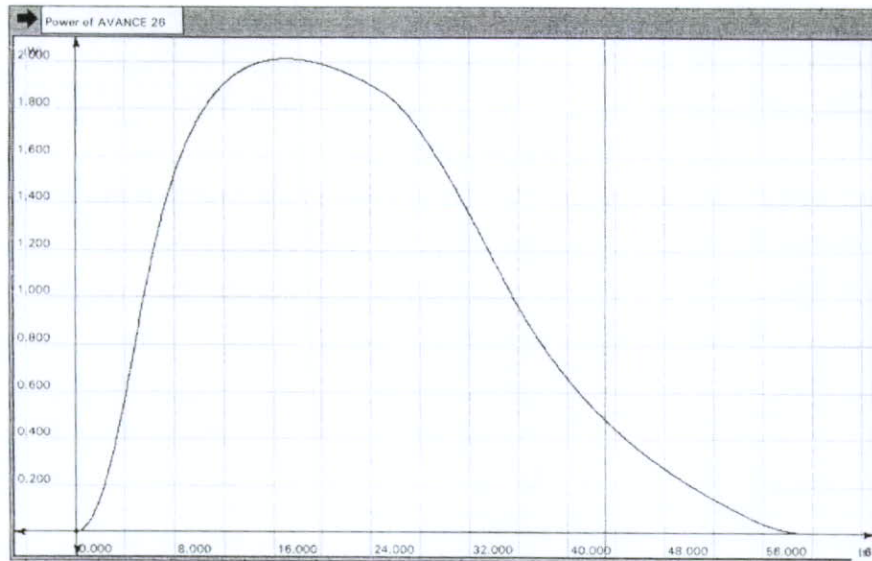
**Figura A5** Fuerza transmitida por el tornillo de potencia en el mecanismo actual.

Se puede observar de las dos gráficas anteriores un comportamiento muy similar. En ambas existe un punto máximo de fuerza al inicio de la carrera o movimiento ( Cuando la pierna esta totalmente estirada ) y conforme se desliza la corredera ( Tuerca ) la fuerza requerida comienza a disminuir. Además se nota como en el mecanismo propuesto el valor de la fuerza máxima es menor que en el actual mecanismo.

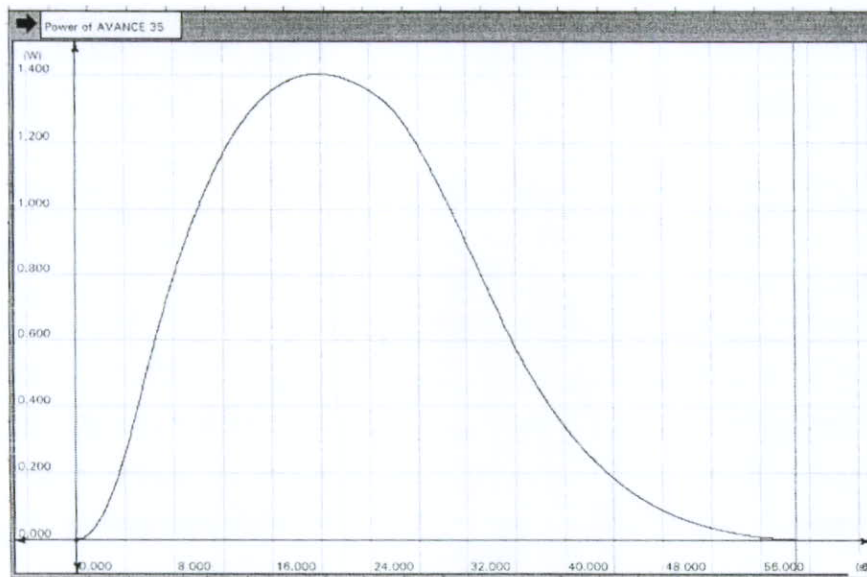


c) Potencia necesaria para mover el mecanismo

Durante la misma simulación se obtuvieron las gráficas de la potencia requerida para mover el mecanismo, estas se muestran en la **Figura A6** y **Figura A7**.



**Figura A6** Potencia necesaria en el movimiento del mecanismo propuesto.



**Figura A7** Potencia necesaria en el movimiento del mecanismo actual.

Al comparar ambas gráficas se ve una semejanza en los perfiles sin embargo se nota como la potencia requerida por el mecanismo propuesto es menor que la necesaria para mover el mecanismo actual.



d) Complejidad del ensamble y numero de partes

El mecanismo propuesto requiere de una mayor cantidad de piezas en comparación con el mecanismo actual. Esto nos obliga a pensar en un posible incremento en el costo de materia prima.

## APENDICE B PROGRAMA DE ANALISIS DE FUERZA

El siguiente programa fue hecho con la ayuda de MATHCAD. El propósito de este código fue el de resolver el análisis de fuerza de forma analítica del mecanismo propuesto ( Ver **CAPITULO 4** , **SECCION 4.3.2** )

### VECTORES DE POSICION

Parámetros geométricos conocidos:

- A, longitud de muslo
- B, longitud de pierna
- $\theta_1$
- $\theta_3$

Vectores de Posición (Respecto punto O):

$$V_{O-O_1} = A \cdot e^{i \cdot \theta_1}$$

$$V_{O-O_3} = E \cdot e^{i \cdot \theta_1}$$

$$V_{O_3-O_4} = D \cdot e^{i \cdot \theta_4}$$

$$V_{O_1-O_2} = B \cdot e^{i \cdot \theta_2}$$

$$V_{O_4-O_5} = y_1 \cdot e^{i \cdot (270 \cdot \text{deg})}$$

$$V_{O-O_2} = C \cdot e^{i \cdot \theta_3}$$

$$V_{O-O_5} = F \cdot e^{i \cdot (180 \cdot \text{deg})}$$

$$\begin{aligned}
 \text{DistanciaC}(A, B, \theta_1, \theta_3) &= z - \sqrt{A^2 + B^2} \\
 a &= 1 \\
 b &= (2 \cdot A \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_3) - 2 \cdot A \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\theta_3)) \\
 c &= A^2 + B^2 \\
 \text{discr} &= b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\
 &\frac{b + \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \quad \text{if } \frac{b + \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} > z \\
 &\frac{b - \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \quad \text{otherwise}
 \end{aligned}$$

$$\text{Angulo}\theta_2(A, B, C, \theta_1, \theta_3) = (180 \text{ deg}) - \text{asin} \left( \frac{(A \cdot \sin(\theta_1) - C \cdot \sin(\theta_3))}{B} \right)$$

El siguiente programa necesita los valores de  $\theta_3$  y de  $\theta_1$  para el caso en el que  $\theta_2 - \theta_1 = 110$ . Para esto ver dibujo 1 y documento Posición 2.mcd

$$\begin{aligned}
 \text{DistanciaF}(D, E, y_1, \theta_1, \text{Rehabilitacion}\theta_1, \theta_3) &= F_{\max} - \sqrt{(E \cdot \cos(180 \text{ deg} - \theta_3) + D)^2 - ((E \cdot \sin(180 \text{ deg} - \theta_3)) - y_1)^2} \\
 &= F_{\min} - \sqrt{(E \cdot \cos(180 \text{ deg} - \text{Rehabilitacion}\theta_1) + D)^2 - ((E \cdot \sin(180 \text{ deg} - \text{Rehabilitacion}\theta_1)) - y_1)^2} \\
 a &= 1 \\
 b &= (2 \cdot E \cdot \cos(\theta_1)) \\
 c &= [E^2 + (y_1)^2 - D^2 - 2 \cdot E \cdot \sin(\theta_1) \cdot y_1] \\
 \text{discr} &= b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\
 &\frac{-b + \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \quad \text{if } F_{\min} \leq \frac{-b + \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \leq F_{\max} \\
 &\frac{-b - \sqrt{\text{discr}}}{2 \cdot a} \quad \text{otherwise}
 \end{aligned}$$

$$\text{Angulo}\theta_4(E, y_1, D, \theta_1) = (180 \text{ deg}) - \text{asin} \left( \frac{E \cdot \sin(\theta_1) + y_1}{D} \right)$$

## ANALISIS DE FUERZAS

$$A = 0.640$$

$$B = 0.580$$

$$E = 0.350$$

$$D = 0.550$$

$$y1 = 0.100$$

$$\text{Rehabilitacion}\theta1 = 109\text{-deg}$$

$$\theta1 = 150\text{-deg}$$

$$\theta3 = 160\text{-deg}$$

$$C = \text{DistanciaC}(A, B, \theta1, \theta3)$$

$$\theta2 = \text{Angulo}\theta2(A, B, C, \theta1, \theta3)$$

$$F = \text{DistanciaF}(D, E, y1, \theta1, \text{Rehabilitacion}\theta1, \theta3)$$

$$\theta4 = \text{Angulo}\theta4(E, y1, D, \theta1)$$

Fuerzas conocidas aplicadas al Sistema:

$$W1 = 13.722$$

$$W2 = 12.615$$

$$W3 = 11.978$$

$$W4 = 142.24$$

$$W5 = 127.5$$

$$W_1 = W1 \cdot e^{i \cdot 270 \text{ deg}}$$

$$W_2 = W2 \cdot e^{i \cdot 270 \text{ deg}}$$

$$W_3 = W3 \cdot e^{i \cdot 270 \text{ deg}}$$

$$W_4 = W4 \cdot e^{i \cdot 270 \text{ deg}}$$

$$W_5 = W5 \cdot e^{i \cdot 270 \text{ deg}}$$

Obtención de R\_C/B y FO1\_A/B

$$V_{G2O} = \frac{B}{2} \cdot e^{i \cdot (\theta 2)}$$

$$V_{p10} = V_{p10} e^{i \cdot (\theta 3 + 90 \text{ deg})}$$

$$V_{p9} = V_{p9} e^{i \cdot (90 \text{ deg})}$$

$$V_{p9} + V_{p10} = V_{G2O}$$

$$V_{p9} \cos(90 \text{ deg}) + V_{p10} \cos(\theta 3 + 90 \text{ deg}) = \frac{1}{2} \cdot B \cdot \cos(\theta 2)$$

$$V_{p9} \sin(90 \text{ deg}) + V_{p10} \sin(\theta 3 + 90 \text{ deg}) = \frac{1}{2} \cdot B \cdot \sin(\theta 2)$$

$$M = \begin{pmatrix} \cos(90 \text{ deg}) & \cos(\theta 3 + 90 \text{ deg}) \\ \sin(90 \text{ deg}) & \sin(\theta 3 + 90 \text{ deg}) \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cdot B \cdot \cos(\theta_2) \\ \frac{1}{2} \cdot B \cdot \sin(\theta_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_{p9} \\ V_{p10} \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot V$$

$$V_{p1} = C \cdot e^{i \cdot (\theta_3)} - A \cdot e^{i \cdot (\theta_1)} - \left[ V_{p10} e^{i \cdot (\theta_3 + 90 \text{ deg})} \right]$$

$$\theta_{p1} = \arg(V_{p1})$$

$$W_5 \cdot e^{i \cdot 270 \text{ deg}} + W_2 \cdot e^{i \cdot 270 \text{ deg}} + RCB e^{i \cdot (\theta_3 - 90 \text{ deg})} + FO1AB e^{i \cdot \theta_{p1}} = 0$$

$$RCB \sin(\theta_3 - 90 \text{ deg}) + FO1AB \sin(\theta_{p1}) = 1 \cdot (W_5 \cdot \sin(270 \text{ deg}) + W_2 \cdot \sin(270 \text{ deg}))$$

$$M = \begin{pmatrix} \cos(\theta_3 - 90 \text{ deg}) & \cos(\theta_{p1}) \\ \sin(\theta_3 - 90 \text{ deg}) & \sin(\theta_{p1}) \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 1 \cdot (W_5 \cdot \cos(270 \text{ deg}) + W_2 \cdot \cos(270 \text{ deg})) \\ 1 \cdot (W_5 \cdot \sin(270 \text{ deg}) + W_2 \cdot \sin(270 \text{ deg})) \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} RCB \\ FO1AB \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot V$$

## ANALISIS DE ELEMENTOS A Y D POR SUPERPOSICION

Obtención de Fuerza Resultante en eslabón A:

$$F_{\text{resultante1}} = W_4 \cdot e^{i \cdot 270 \text{ deg}} + W_1 \cdot e^{i \cdot 270 \text{ deg}} + FO1AB \cdot e^{i \cdot (\theta_{p1} + 180 \text{ deg})}$$

$$\text{Ang}_{\text{Fresultante1}} = \arg(F_{\text{resultante1}})$$

$$V_{p3} e^{i \cdot (\text{Ang}_{\text{Fresultante1}})} + V_{p4} e^{i \cdot (\theta_4 - 180 \text{ deg})} = E \cdot e^{i \cdot (\theta_1)} - V_{p2} e^{i \cdot \theta_1}$$



$$M = \begin{pmatrix} \cos(\text{AngFresultante1}) & \cos(\theta_4 - 180\text{-deg}) \\ \sin(\text{AngFresultante1}) & -\sin(\theta_4 - 180\text{-deg}) \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} E \cdot \cos(\theta_1) & V_{p2} \cdot \cos(\theta_1) \\ E \cdot \sin(\theta_1) & V_{p2} \cdot \sin(\theta_1) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_{p3} \\ V_{p4} \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot V$$

$$V_{p5} = V_{p2} \cdot e^{j \cdot \theta_1} + V_{p3} \cdot e^{j \cdot (\text{AngFresultante1})}$$

$$\theta_{p5} = \arg(V_{p5})$$

$$\text{Fresultante1} + \text{FDA1} \cdot e^{j \cdot (\theta_4 - 180\text{-deg})} + \text{ROA1} \cdot e^{j \cdot \theta_{p5}} = 0$$

$$M = \begin{pmatrix} \cos(\theta_4 - 180\text{-deg}) & \cos(\theta_{p5}) \\ \sin(\theta_4 - 180\text{-deg}) & \sin(\theta_{p5}) \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} \text{Re}(\text{Fresultante1}) \\ \text{Im}(\text{Fresultante1}) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{FDA1} \\ \text{ROA1} \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot V$$

Paso 1 de Superposición Finalizado

$$V_{p6} \cdot e^{j \cdot \theta_1} + V_{p7} \cdot e^{j \cdot (270\text{-deg})} = \frac{D}{2} \cdot e^{j \cdot (\theta_4)}$$

$$M = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) & \cos(270\text{-deg}) \\ \sin(\theta_1) & \sin(270\text{-deg}) \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \cdot D \cdot \cos(\theta_4) \\ \frac{1}{2} \cdot D \cdot \sin(\theta_4) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_{p6} \\ V_{p7} \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot V$$

$$V_{p8} = \left[ E \cdot e^{i \cdot (\theta_1)} + V_{p6} \cdot e^{i \cdot \theta_1} \right] - \left[ y_1 \cdot e^{i \cdot (270 \cdot \text{deg})} + F \cdot e^{i \cdot (180 \cdot \text{deg})} \right]$$

$$\theta_{p8} = \arg(V_{p8})$$

$$FAD2 \cdot e^{i \cdot \theta_1} + FFD2 \cdot e^{i \cdot \theta_{p8}} = W3 \cdot e^{i \cdot 270 \cdot \text{deg}}$$

$$M = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) & \cos(\theta_{p8}) \\ \sin(\theta_1) & \sin(\theta_{p8}) \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} -W3 \cdot \cos(270 \cdot \text{deg}) \\ -W3 \cdot \sin(270 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} FAD2 \\ FFD2 \end{pmatrix} = M^{-1} \cdot V$$

Paso 2 de Superposición Finalizado

$$F_{\text{FD}} = FFD2 \cdot e^{i \cdot \theta_{p8}} + FDA1 \cdot e^{i \cdot (\theta_4 - 180 \cdot \text{deg})}$$

$$R_{\text{OA}} = ROA1 \cdot e^{i \cdot \theta_{p5}} + FAD2 \cdot e^{i \cdot \theta_1}$$

## CONCLUSIÓN

La rodilla es una de las articulaciones del cuerpo muy susceptible a lesiones traumáticas. La utilización de herramientas y equipo adecuado de rehabilitación contribuyen a la rápida recuperación del paciente debido a la eficiencia que se logra con estos tratamientos.

El diseño de una máquina que interactúa con el cuerpo humano representa un problema de adaptación y ajuste debido a las distintas dimensiones de miembros y extremidades que se tienen en una población.

El contar con una fuente de información antropométrica brinda los datos necesarios para el diseño adecuado del equipo.

La propuesta que se expone en este documento es una forma nueva de poder realizar un tratamiento de rehabilitación. En base a distintos análisis de cinemática y análisis de fuerza pudimos definir su geometría y encontrar la fuerza y potencia necesaria para producir un movimiento suave libre de impactos o vibración, característica muy importante de un tratamiento de rehabilitación de rodilla.

Además se observan algunas mejoras con respecto al mecanismo actual, como menor potencia demandada, posiciones del cuerpo mas cómodas durante la terapia, menor cantidad de ajustes, etc.

Para el autor este trabajo significo un reto técnico que consistió en crear una máquina la cual debe de cumplir con ciertas especificaciones y requerimientos.

Se necesitaría de una investigación más extensa la cual debería de abarcar aspectos de ingeniería de control, ingeniería de manufactura e ingeniería industrial para poder llegar a la terminación del diseño del equipo.

## BIBLIOGRAFIA

### SELECCION BIBLIOGRAFICA

- (1) **AVALLONE EUGENE**, MANUAL DEL INGENIERO MECANICO, MC GRAW HILL, SEGUNDA EDICION EN ESPAÑOL, MEXICO 1986
- (2) **CAMPBELL W.**, METHODS OF REESTABLISHING THE MOBILITY OF THE KNEE, CLIN. ORTHOP. REL. RESH. 170. 1976
- (3) **CHEVALIER**, DIBUJO INDUSTRIAL, GRUPO NORIEGA EDITORES, SEGUNDA EDICION, MEXICO 1992
- (4) **INSALL J. N.**, RATIONALE OF KNEE SOCIETY CLINICAL RATING SYSTEM, CLIN. ORTHOP. REL. RESH. 248. 1989
- (5) **NORTON**, DISEÑO DE MAQUINARIA, MC GRAW HILL, MEXICO 1994
- (6) **PANERO JULIUS**, LAS DIMENSIONES HUMANAS EN LOS ESPACIOS INTERIORES, EDITORIAL GUSTAVO GILI, CUARTA EDICION, BARCELONA 1983
- (7) **SHIGLEY JOSEPH EDWARD**, DISEÑO EN INGENIERIA MECANICA, MC GRAW HILL, CUARTA EDICION EN ESPAÑOL, MEXICO 1994
- (8) **SHIGLEY JOSEPH EDWARD**, TEORIA DE MAQUINAS Y MECANISMOS, MC GRAW HILL, MEXICO 1994
- (9) **STOCK DRIVE PRODUCTS**, HANDBOOK OF DESIGN COMPONENTS, CATALOG D220
- (10) **STOCK DRIVE PRODUCTS**, HANDBOOK OF SHAFTS, BEARINGS & COUPLINGS, CATALOG D200
- (11) **SKF**, SKF ELECTRONIC HANDBOOK,

(12) **THOMSON**, *NYLINER ENGINEERED POLYMER BEARINGS*, [http:// www.thomsonind.com](http://www.thomsonind.com)