

UNIVERSIDAD PANAMERICANA

CAMPUS GUADALAJARA

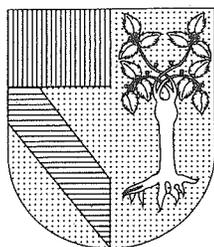
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA

“COMPETENCIAS DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS:
REFLEXIONES EN EJERCICIOS DE LA PRUEBA ENLACE 2010”

JOSEFINA MERCADO MORA

Tesis presentada para optar por el grado de Maestro en
Pedagogía con Reconocimiento de Validez Oficial
de Estudios de la SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA,
según acuerdo número 974020 con fecha 21-I-97.

Zapopan, Jal., septiembre de 2013.



UNIVERSIDAD PANAMERICANA

CAMPUS GUADALAJARA

DICTAMEN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN DE GRADO

Josefina Mercado Mora
Presente.

En mi calidad de presidente de la Comisión de Exámenes de Grado, y después de haber analizado el trabajo de titulación presentado por usted en la alternativa de **TESIS**, titulado:

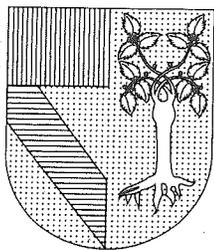
“COMPETENCIAS DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS:

REFLEXIONES EN EJERCICIOS DE LA PRUEBA ENLACE 2010”

Le manifiesto que reúne los requisitos a que obligan los reglamentos en vigor para ser presentado ante el H. Jurado del Examen de Grado, por lo que deberá de entregar siete ejemplares como parte de su expediente al solicitar el examen.

Atentamente

Dr. Jesús Antonio Eng Duarte
Presidente de la comisión



UNIVERSIDAD PANAMERICANA

CAMPUS GUADALAJARA

Zapopan, Jal. 30 Enero de 2013

Dr. Jesús Antonio Eng Duarte
Presidente de la comisión de
Exámenes de grado
P r e s e n t e.

Me permito hacer de su conocimiento que Josefina Mercado Mora, de la Maestría en Pedagogía ha concluido satisfactoriamente su trabajo de titulación con la alternativa TESIS, titulado:

“COMPETENCIAS DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS:

REFLEXIONES EN EJERCICIOS DE LA PRUEBA ENLACE 2010”

Manifiesto que, después de haber sido dirigida y revisada previamente, reúne todos los requisitos técnicos para solicitar fecha de Examen de Grado.

Agradezco de antemano la atención prestada y me pongo a sus órdenes para cualquier aclaración.

A t e n t a m e n t e

Dra. Clara Cristina Catalina Eccius Wellmann
Directora de tesis

Contenido

Introducción.....	3
Capítulo 1: Marco Contextual	7
1.2 De la filosofía institucional.....	8
1.3 De los principios y valores	10
1.4 Del gobierno y la estructura administrativa	11
Capítulo 2: El problema de investigación:.....	17
2.1 Descripción del problema	18
2.2 Justificación	19
2.3 Objetivo de la investigación.....	19
2.3.1 Objetivo general	19
2.3.2 Objetivo específico	19
2.4 Pregunta de investigación	20
2.5 Límites de la investigación	20
Capítulo 3: Marco teórico	21
3.1 Reforma Integral de la Educación Media Superior y las Competencias	22
3.2 La RIEMS y las Competencias.....	23
3.3 Definiciones de Competencias.....	27
3.4 Definiciones de Competencias Matemáticas.....	29
3.5 Desarrollo de Competencias Matemáticas.....	31
3.5 Estudio PISA	31
3.6 La Prueba ENLACE.....	39
3.7 Competencias de Profesores	40
Capítulo 4: Metodología	47
4.1 Tipo y diseño de la investigación	48
4.1.1 Prueba piloto	48
4.1.2 Muestra	49
4.1.3 Técnica de recopilación de la información	49
4.1.4 Método de interpretación de la información	50
4.2 Preguntas de investigación	51

4.3 Problemas de ENLACE 2009 y 2010	51
4.3.1 Problemas ENLACE 2009	52
4.3.2 Problemas ENLACE 2010	56
Capítulo 5: Resultados y Discusión	61
5.1 Resultados de las alumnas en la prueba ENLACE 2009	62
5.2 Prueba piloto	64
Problema # 43:	66
Problema # 28:	67
Problema # 131:	68
Problema # 111:	69
5.3 Consecuencias para la investigación.....	70
5.4 Prueba ENLACE 2010.	71
5.5 Resultados de las alumnas en la prueba ENLACE 2010	71
5.6 Entrevistas a profesores:	73
Problema # 131:	74
Habilidades y competencias esperadas:.....	74
Conclusiones sobre habilidades y competencias del Problema 131	81
Problema # 74:	82
Habilidades y competencias esperadas:.....	82
Conclusiones sobre habilidades y competencias del problema 74	90
Problema # 118:.....	91
Habilidades y competencias esperadas:.....	91
Conclusiones sobre las habilidades y competencias del problema 118.....	99
Problema # 111	100
Habilidades y competencias esperadas:.....	100
Conclusiones sobre las habilidades y competencias del problema 111	107
Capítulo 6: Conclusiones.....	108
6.1 Análisis de resultados	109
6.2 Conclusiones generales:	111
Bibliografía	116

Introducción

Introducción

Para desarrollar competencias en los alumnos como lo exigen las reformas educativas, es necesario revisar las distintas evaluaciones internas y externas para ajustar los currículos y la práctica docente. Antes de realizar esto, es importante tener muy en claro las competencias a desarrollar en cada campo de las asignaturas y posteriormente diseñar evaluaciones que permitan medir el grado de avance en el logro de esas competencias y estar en condiciones de ser evaluados por las instituciones oficiales.

La evaluación de los alumnos, hoy en día, toma un papel importante. Mediante estas evaluaciones las instituciones educativas pueden comparar su nivel en relación a otras instituciones o países. Así, por ejemplo, el examen PISA, compara los niveles de competencias matemáticas de distintos países. Dado el mal desempeño de México en esta prueba, se ha diseñado la prueba de Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Educativos ENLACE, que da oportunidad a que cada institución educativa se compare con otras del mismo país. Una vez obtenidos los resultados cada escuela o colegio podrá revisar su avance educativo y diseñar estrategias e impulsar programas operativos y de mejora académica en los distintos niveles.

Para el Centro Escolar Los Altos (CELA) la prueba ENLACE, no es una evaluación más; sino que se le presta especial atención, ya que es cuando las Academias de Español y Matemáticas principalmente, realizan un análisis de los resultados para conocer el grado en que las alumnas han logrado las competencias que mide esta evaluación y diseñan una planeación o serie de acciones encaminadas a desarrollar en las alumnas las competencias que hicieron falta en el examen ENLACE. Es así que con base en los resultados obtenidos en la prueba ENLACE 2009 en el área de Matemáticas, se vio la necesidad de hacer la presente investigación debido a que en los resultados de los últimos tres años se ha tenido un porcentaje elevado de alumnas en los niveles de insuficiente y elemental.

En el primer capítulo se describe el contexto particular del Centro Escolar Los Altos, escuela femenina cuya misión es “colaborar profesional y subsidiariamente en la labor y derecho de los padres de familia en la educación de sus hijas, impartiendo una formación integral personalizada –en los niveles educativos de primaria, secundaria y preparatoria-,

que contribuya a la formación de mujeres íntegras, con una visión trascendente de la vida, humanamente competentes y con actitud proactiva, que las lleve a asumir el reto de la propia formación y a liderar la transformación de la sociedad.

En el segundo capítulo se expone el problema de investigación que consiste en analizar las dificultades tanto de las alumnas como de las profesoras en problemas de la prueba ENLACE, así como la justificación, objetivos y preguntas de investigación y los límites de la misma.

El marco teórico, capítulo tercero, aborda las definiciones de competencia en el área de matemáticas, la definición de problemas y su clasificación según varios autores y las competencias que debe tener un profesor de matemáticas.

La metodología se describe en el cuarto capítulo. Se parte del problema de los porcentajes de acierto por problema de la prueba ENLACE 2009 y 2010 obtenidos por las alumnas. Realizar sólo un conteo de los porcentajes de acierto de las alumnas y notar que hay deficiencias en muchos problemas, no llevaría al Centro Escolar Los Altos a entender la problemática subyacente. Como prueba piloto se realizó en 2009 una entrevista grupal con 9 profesoras de secundaria y preparatoria, centralizando la observación en la reflexión y flexibilidad en las operaciones de cuatro problemas elegidos de la prueba ENLACE 2009. Se recopilaron y registraron las observaciones resultando una capacidad baja de las profesoras para reflexionar y razonar de manera distinta a las mecanizadas y algorítmicas.

Para profundizar más, se entrevistaron a 7 profesoras de manera videograbada. Las entrevistas están centradas en cuatro problemas de la prueba ENLACE 2010. Se analizó tanto el tiempo de resolución en cada problema, como la capacidad de resolución y las competencias y destrezas que mostraron las profesoras en su resolución.

Como se mencionó anteriormente, la investigación es mixta; cuantitativa en lo que se refiere al análisis de los porcentajes de acierto de las alumnas y cualitativa en cuanto a la prueba piloto de profesoras y la entrevista semiestructurada con los cuatro problemas de ENLACE 2010.

En el quinto capítulo se presentan los resultados que obtuvieron las alumnas del Centro Escolar Los Altos en las pruebas ENLACE 2009 y 2010, expresados en porcentaje de acierto.

Posteriormente, se reportan los hallazgos referentes a las competencias de profesoras, la facilidad de reflexión y resolución en formas alternas de problemas de la prueba ENLACE, tanto en la entrevista grupal como en las entrevistas individuales.

Para finalizar en el capítulo seis se presentan las conclusiones encontrando que no todos los problemas pudieron ser resueltos por todas las profesoras. Algunos problemas se resolvieron por las profesoras en más tiempo del que las propias alumnas disponen en la prueba ENLACE.

Varias de las profesoras entrevistadas no disponen de las competencias necesarias en reflexión y metacognición al resolver problemas de la prueba ENLACE.

Dados los resultados, el Centro Escolar Los Altos se plantea la posibilidad de una capacitación sistemática para sus profesoras, tratando de fomentar en ellas, para que así lo transmitan a las alumnas, que hay formas alternas de resolución de problemas, siendo éstas la reflexión y la metacognición, mediante las cuales se puede llegar a resultados sorprendentemente rápido y acertados.

Capítulo 1

Marco Contextual

Capítulo 1: Marco Contextual

La presente investigación se realiza en el Centro Escolar Los Altos; es una institución educativa femenina, incorporada a la Secretaría de Educación Pública que en 1974:

Un grupo de padres de familia inició el proyecto de un colegio, que respondiera a su inquietud de brindar a sus hijas una educación integral, personalizada y específicamente femenina, que beneficiara a lo largo de los años, a muchas otras mujeres de distintos estratos de la sociedad.

En 1974 el Centro Escolar Los Altos, inició sus actividades académicas con 64 alumnas en los grupos de primero a cuarto de Primaria, en una casa ubicada en Justo Sierra y Severo Díaz. En 1980 Los Altos cubrió la línea completa de primero a tercero de preparatoria. En este mismo año se inauguró el primer edificio del actual plantel ubicado en Av. Los Pinos No. 50 y en 1981, egresó la primera generación de preparatoria del Centro Escolar Los Altos.

Las directoras que han estado al frente del colegio son: Luz Alicia Anaya, Ma. Luisa Güido, Luz Ma. Barreiro y desde 1990 desempeña esta función una exalumna de la primera generación: Nancy B. Rosado (1990) y actualmente Olimpia Alonso.

En 1990, inicia la primaria Vespertina -en las instalaciones del edificio de Primaria matutina- con los grados de primero a cuarto, egresando su primera generación en 1993. Centro Escolar Los Altos (1999)

1.2 De la filosofía institucional

El Centro Escolar Los Altos ofrece a la sociedad un proyecto educativo que teniendo por fin el pleno desarrollo de la personalidad humana, enriquece a la comunidad educativa con el vasto caudal formativo y pedagógico de sus objetivos, metodologías y estrategias. Este proyecto educativo se lleva a cabo a través de:

La obra bien hecha. La acción educativa en el Centro Escolar Los Altos, está sustentada por el sistema de la obra bien hecha, propuesto por el pedagogo Víctor García Hoz, que brinda rapidez a la organización, flexibilidad en las normas y aprecio por lo que se hace. Considerando que el trabajo bien hecho redunda tanto en la plenitud personal, como en el configurarse y crecer de las sociedades. La concepción de este sistema se considera expresión genuina de la educación personalizada y condición necesaria para ejercer un auténtico liderazgo.

La cultura de calidad. En estrecha relación con el punto anterior, se busca permear la organización con una cultura que asegure la calidad en todos los procesos educativos y administrativos, para lograr mejores resultados en los diferentes objetivos de la institución, así como un alto grado de satisfacción personal.

Educar en positivo. Los errores son encauzados y se potencia lo positivo.

Educar para la vida. El mundo de la empresa y de la familia, la política, la economía, el medio ambiente, los problemas sociales, la actualidad nacional e internacional forman parte del currículo. La educación no puede circunscribirse al aula de clases, las alumnas han de estar abiertas al mundo para transformarlo.

Liderazgo. Se promueve entre todos los miembros de la comunidad educativa del Centro Escolar Los Altos, crecer en el compromiso de ejercer una influencia positiva en el propio ambiente, a través del cultivo de la amistad como elemento de unidad y la consideración del trabajo como un medio de perfección personal.

Un colegio para la familia. Al Centro Escolar Los Altos se incorporan familias, no alumnas. Los padres de familia son una parte esencial de la comunidad escolar. La clave del éxito educativo radica en coordinar la acción educativa de la familia con la del Colegio

El Centro Escolar Los Altos tiene como *misión*, colaborar profesional y subsidiariamente en la labor y derecho de los padres de familia en la labor de educación de sus hijas, impartiendo una educación integral personalizada -en los

niveles educativos de Primaria, Secundaria y Preparatoria-, que contribuya a la formación de mujeres íntegras, con una visión trascendente de la vida, humanamente competentes y con actitud proactiva, que las lleve a asumir el reto de la propia formación y a liderar la transformación de la sociedad (CELA. 2010, art. 6, 7. p. 4, 5).

1.3 De los principios y valores

Concepción humanista de la vida. La concepción cristiana del hombre y de la vida, que sustenta la práctica educativa del Centro Escolar Los Altos manifiesta un profundo respeto por la dignidad de la persona y su libertad, lo cual trae como consecuencia la continua promoción de las virtudes humanas. Unidad entre fe y cultura en toda la currícula escolar.

Los padres de familia, primeros educadores. Se reconoce en los padres de familia a los primeros y directos responsables de la educación de las hijas y en el Colegio a su inmediato colaborador. En coherencia con lo anterior, se ofrece a los padres de familia una formación permanente que contribuya al cumplimiento de su misión como primeros educadores.

Mejora personal de padres de familia, profesoras y alumnas. Para cumplir plenamente con su misión, El Centro Escolar Los Altos no sólo promueve la mejora personal de sus alumnas, sino de todos los que conforman la comunidad educativa: padres de familia, profesoras, personal administrativo, alumnas y exalumnas, teniendo como centro integrador de la formación, la vida familiar, el trabajo profesional y la actividad escolar.

Trabajo en equipo. La labor educativa es una tarea de equipo en la que se cuenta con los padres de familia, las profesoras y por supuesto, con la acción voluntaria y protagónica de las alumnas.

Educación personalizada. La atención personal a cada alumna es fundamental para el desarrollo de sus facultades y hábitos.

Educación integral. En el Centro Escolar Los Altos se ofrece una formación integral que atiende los aspectos intelectuales, volitivos, técnicos, culturales, físicos, morales, estéticos, sociales y espirituales.

Educación diferenciada. El Centro Escolar Los Altos ofrece una educación acorde al ritmo evolutivo, psicología, intereses y habilidades de la mujer. (CELA. 2010, art. 8, p. 5,6)

1.4 Del gobierno y la estructura administrativa

Los órganos de gobierno del Centro Escolar Los Altos son: el Consejo Superior y el Consejo Directivo.

Los órganos de gobierno trabajan colegiadamente para facilitar la buena toma de decisiones y promover la unidad, como principio fundamental del trabajo que se desarrolla en el Colegio (CELA. 2010, art. 9 p. 7).

El Consejo Superior es el órgano supremo de gobierno del Centro Escolar Los Altos, cuya función primordial es dirigir la marcha del Colegio e impulsar su mejoramiento continuo (CELA, 2010, Art.11 p. 7).

El Consejo Directivo del Centro Escolar los Altos, es el organismo directamente responsable de la operación y buena marcha del Colegio. Rinde cuentas al Consejo Superior.

De ordinario, el Consejo Directivo estará integrado por la Directora General, la Directora Académica, la Directora Administrativa, la Directora de Formación Integral, la Directora de Relaciones Públicas y la Directora de Padres de Familia (CELA, Art. 12 p. 11, 2010).

Para llevar a cabo la operación, el Centro Escolar Los Altos, cuenta con las siguientes estructuras, denominadas Centros de Responsabilidad (CR):

1. Dirección General.
2. Dirección Académica.
3. Dirección de Relaciones Públicas.
4. Dirección de Formación Integral.
5. Dirección Administrativa.
6. Dirección de Padres de Familia.
7. Dirección de Primaria.
8. Dirección de Secundaria.
9. Dirección de Preparatoria.
10. Dirección de Primaria Vespertina.
11. Departamento de Idiomas.
12. Departamento de Educación Física y Extracurriculares.
13. Sistemas y comunicaciones.
14. Servicios Generales. (CELA,2010,Art.13, p. 13,).

A la Dirección Académica le corresponde velar por la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje, promover las acciones de las reformas de los tres niveles , y guarda una estrecha relación con las autoridades de la SEP. Para lograr lo anterior se promueve la formación docente, la investigación educativa y el permanente sondeo de las innovaciones pedagógicas en el mundo para su valoración, y en su caso, incorporación en el modelo y sistema propio, consolidando el Proyecto Educativo Los Altos, a través de una organización propia como son las academias con apoyo de una Subdirectora Académica (CELA,2010, Art. 22 p. 18).

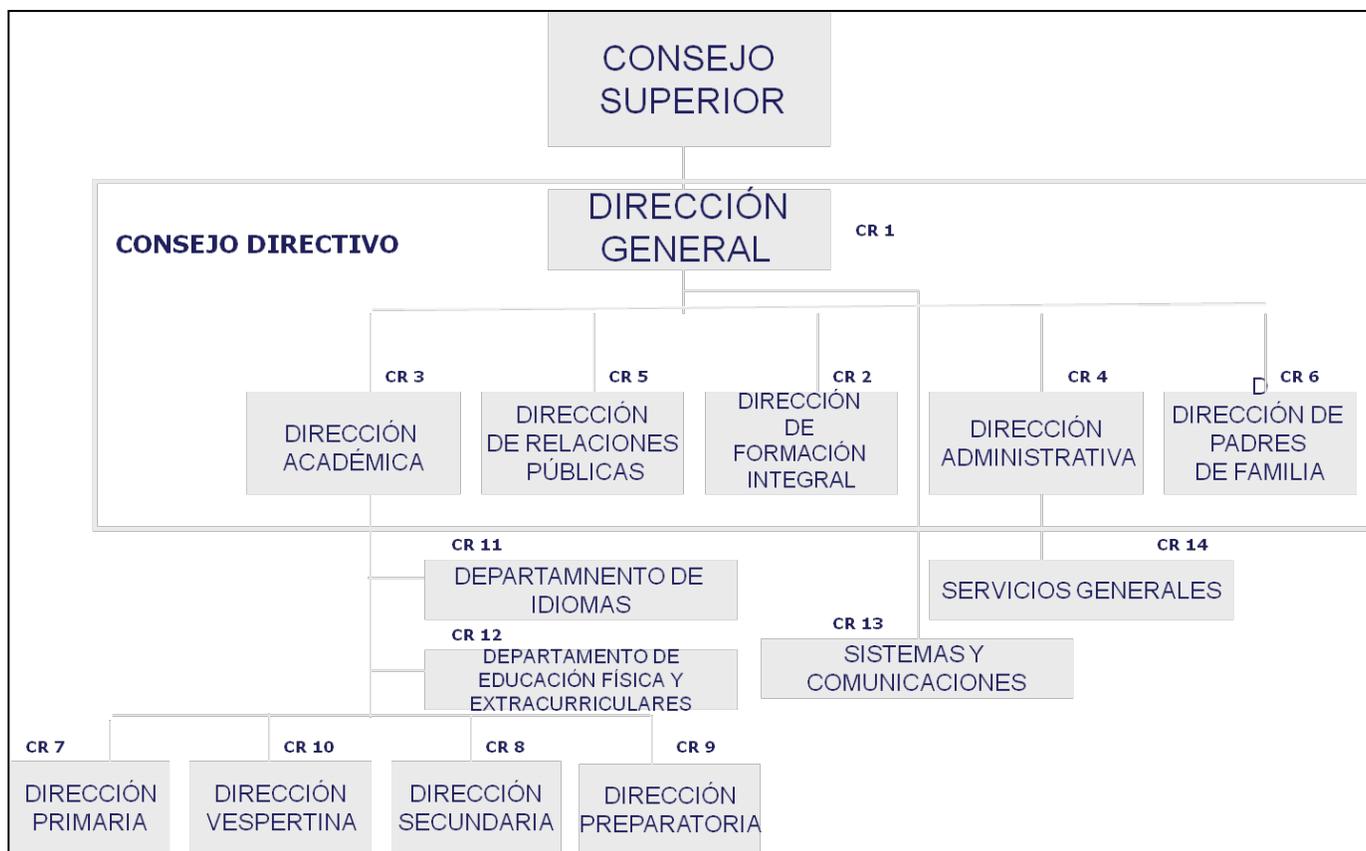


Ilustración 1. Organigrama General (CELA, 2010, Art.13, p. 14).

“El proyecto educativo Los Altos, se concreta en un modelo pedagógico formativo que incorpora metodologías y estrategias innovadoras acordes a su filosofía institucional, principios y valores.

Pretende la formación de líderes capaces de transformar el mundo, teniendo como base la calidad de la persona y el desarrollo integral” (CELA,2010, Art. 14, p.15).

“El modelo pedagógico formativo Los Altos tiene como objetivo favorecer las condiciones idóneas de la persona para que pueda alcanzar un aprendizaje eficaz, contemplando su desarrollo biopsicosocial”. (CELA,2010,Art. 15, p.15).

El modelo pedagógico formativo Los Altos parte de una concepción humanista que integra las perspectivas antropológica, cognitiva y neuropsicológica de la persona,

en la construcción de los proyectos, programas, modelos, estrategias y planes educativos” (CELA,2010,Art. 16, p.15).

“El modelo pedagógico formativo Los Altos consta de dos áreas: modelo pedagógico y modelo formativo, estrechamente vinculadas que se desarrollan simultáneamente” (CELA, 2010,Art. 16, p.15).

En estrecha relación con el modelo pedagógico, el modelo formativo coadyuva al desarrollo integral de la alumna, contribuyendo a la adquisición de virtudes, la madurez afectiva y la consolidación de criterios personales rectos.

El modelo formativo ha desarrollado una amplia gama de recursos entre los que se encuentran: preceptoría, sistema pedagógico de la obra bien hecha, programa de obras incidentales, programa de educación en virtudes, trampolín anual de formación, educación en la feminidad, programa de educación para el amor, departamento de desarrollo social, formación ética a través de la lectura, consejos de grupo, asambleas de alumnas, convivencias anuales, talleres de opinión pública, boletín escolar y clubes de actividades extracurriculares” (CELA,2010, Art. 20, p.17).

El modelo pedagógico está centrado en la educación integral de las alumnas, la cual se logra a través de una formación académica fundamentada en el enfoque por competencias que posibilita una integración entre los conocimientos, habilidades, valores y virtudes, garantizando una formación eficaz y solidaria en la construcción de un proyecto de vida personal.

El modelo pedagógico cuenta con un extenso elenco de recursos que hacen posible desarrollar en las alumnas amplios conocimientos y experiencias de aprendizaje, entre los que se encuentran: extensión y fortalecimiento de la currícula oficial, sistematización del trabajo docente, organización docente por academias, programas especializados, actividades extracurriculares, TIC’s, intercambios culturales, departamento psicopedagógico, eventos culturales y deportivos, entre otros (CELA ,2010,Art.18, frac.I y II).

Las áreas del conocimiento de los diferentes niveles educativos, se agrupan en Academias para fortalecer y dar consistencia a la labor docente. Se cuenta con las siguientes academias: Matemáticas, Español, Idiomas, Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Tecnologías de la Información, Hogar, Educación Física, Filosofía y Religión.

Las Academias son un órgano de asesoramiento pedagógico integrado por el personal docente de una misma área de estudios de los tres niveles educativos – Primaria, Secundaria y Preparatoria- encabezada por una asesora del área, que colabora en la formación integral de las alumnas mediante el asesoramiento del proceso de enseñanza -aprendizaje y la continuidad del contenido programático garantizando la calidad educativa a través de un trabajo sistematizado que promueve el desarrollo profesional de las profesoras.

Las Academias tienen como objetivo: asesorar el trabajo académico de las profesoras, dar continuidad a una asignatura de un nivel educativo a otro y participar en la selección de profesoras.

Las Academias dependen de la Dirección Académica.

Para asesorar el trabajo académico de las profesoras, la Asesora de Academia correspondiente realiza las siguientes actividades:

- a) Induce el trabajo académico en el aula y el trabajo administrativo de las profesoras.
- b) Revisa la planeación de la asignatura y los instrumentos de evaluación.
- c) Elabora y aplica exámenes departamentales.
- d) Determina la metodología de enseñanza propia del área de conocimiento.
- e) Capacita y da seguimiento a las actividades docentes.
- f) Analiza los resultados de las pruebas externas y diseña estrategias para la mejora de dichos resultados.
- g) Propone la utilización de libros de texto específicos.
- h) Coordina los trabajos académicos para la participación en concursos y actividades internas y externas.

- i) Sostiene periódicamente reuniones de academia con todas las profesoras del área de estudio y participa en la evaluación docente de cada profesora (CELA,2010,Art.19, p.16).

El presente estudio se centra en el área de Matemáticas de Preparatoria. Mi función como directora académica de la institución debe ser la de velar por el nivel académico de las alumnas, buscando siempre su mejor preparación para la vida en la sociedad y universitaria. Para el Centro Escolar Los Altos, como para cualquier institución educativa, ya sea privada o de gobierno, las pruebas ENLACE constituyen una manera de ubicar al centro educativo dentro del entorno nacional, y de esta manera identificar áreas de mejora.

Capítulo 2

El problema de Investigación

Capítulo 2: El problema de investigación:

2.1 Descripción del problema

En el Centro Escolar Los Altos se ha hecho un esfuerzo por analizar y evaluar los resultados de las pruebas Enlace en todas las áreas que evalúa. Las alumnas evaluadas en la Preparatoria son de especial interés por haber concluido el modelo educativo de la institución. Se centrarán los comentarios siguientes en el objeto de investigación: el área de Matemáticas.

En los últimos tres años que se aplicó la prueba ENLACE a nivel nacional en bachillerato a los alumnos que cursaban el 6° semestre, el Centro Escolar Los Altos obtuvo los siguientes resultados, expresados en porcentajes de las alumnas en los diferentes niveles de habilidad matemática.

HABILIDAD MATEMÁTICA

	Año	INSUFICIENTE	ELEMENTAL	BUENO	EXCELENTE
Centro Escolar Los Altos	2008	16,7	33,3	38,1	11,9
	2009	12	50	28	10
	2010	1,9	32,7	40,4	25,0

Tabla 1 Resultados de habilidad matemática, comparación de tres ciclos escolares, expresados en porcentaje en diferentes niveles.

Para el Centro Escolar Los Altos es preocupante tener alrededor de 50%, 62% y 34,6% en los años 2008, 2009 y 2010 respectivamente, de alumnas en los niveles insuficiente y elemental.

Al generarse los resultados de las pruebas ENALCE, para poder identificar los problemas y temas en donde las alumnas tuvieron un bajo índice de acierto se plantearon las siguientes preguntas: ¿Cuáles pueden ser las causas de no haber resuelto la pregunta correctamente? ¿Hubieran podido resolver las alumnas algunas preguntas a través de la reflexión, o a través del análisis de las opciones de resultados? ¿Por qué no disponen las alumnas de competencias que van más allá de la aplicación de algoritmos, que en ocasiones son largos y tediosos?

Tratando de dar respuesta a estas preguntas, se vio la necesidad en primer lugar de explorar las formas de reflexión y las competencias matemáticas de las cuales disponen profesoras de matemáticas en la resolución de algunos problemas de la prueba ENLACE, en lo cual se centra este estudio.

2.2 Justificación

La importancia de esta investigación radica en conocer las competencias matemáticas que poseen las profesoras. Los procedimientos de las mismas en la resolución de cuatro problemas de la prueba ENLACE, darán luz sobre sus formas y sus reflexiones, sus capacidades y sus conocimientos matemáticas.

A través de este estudio se podrá inferir con mayor claridad si las alumnas tienen o no capacidad de reflexión, capacidad de transferencia de conocimientos matemáticos a situaciones planteadas y capacidad para descartar opciones no viables.

2.3 Objetivo de la investigación

2.3.1 Objetivo general

Analizar las formas de resolución de 7 profesoras en cuatro problemas de la prueba ENLACE 2010.

2.3.2 Objetivo específico

Analizar algunas causas probables por las cuales las alumnas, en ocasiones, carecen de bases para el razonamiento y competencias matemáticas relacionadas con algunas preguntas de la prueba ENLACE, en relación con las competencias que muestran los profesores de matemáticas en estos problemas.

2.4 Pregunta de investigación

En algunos problemas de la prueba ENLACE en que las alumnas tienen un bajo índice de acierto, ¿cuáles son las competencias de los profesores?

¿Cómo abordan y resuelven estos problemas las profesoras?

2.5 Límites de la investigación

Dada la gran cantidad de problemáticas planteadas en la prueba ENLACE 2010, se seleccionaron cuatro, en los que se obtuvo bajo índice de respuesta acertada de la alumna para esta investigación. Estos cuatro problemas se seleccionaron, porque pueden ser resueltos a través de la reflexión, el análisis de los resultados y competencias matemáticas que van más allá de los algoritmos y leyes.

El grupo de profesoras que se entrevistaron, para analizar sus procedimientos de resolución fue: un grupo integrado por tres profesoras del Centro Escolar Los Altos y otro integrado por cuatro profesoras de otras instituciones del área metropolitana.

Debe quedar claro, que se entrevistan siete profesoras y las conclusiones sobre sus competencias, no es generalizable a toda la población, pero sí se puede tomar como una base de lo que pudiera estar pasando en la educación matemática de los alumnos de nuestro entorno.

Capítulo 3

Marco teórico

Capítulo 3: Marco teórico

En los últimos años se ha visto que un mayor número de estudiantes llegan al bachillerato, y no hay suficientes escuelas para dar albergue a todos aquellos que quisieran cursarlo; por eso la Secretaría de Educación Pública ante el reto de dar cobertura a todos aquellos que deseen cursar el bachillerato, ha considerado distintas modalidades para satisfacer la demanda. Sin embargo, ante la variadísima oferta educativa de bachilleratos, se encuentra que las asignaturas en los mapas curriculares no guardan relación entre sí; ni de una escuela a otra, lo mismo pasa en los distintos subsistemas, como lo señala el Sistema Educativo, carecen de orden, articulación y sistematicidad, dificultando el tránsito de los alumnos.

Ante la gran diversidad de opciones en la elección del bachillerato, los alumnos se pierden, ocasionando que muchos de ellos, que pasan a la universidad desertan porque no fue lo que esperaban; tuvieron una mala elección o no estaban preparados con las habilidades necesarias para cursar una carrera profesional.

3.1 Reforma Integral de la Educación Media Superior y las Competencias

Aunada la falta de articulación y el incremento en la escolaridad, se hace necesaria una reforma para afrontar los desafíos; es así que en el Programa Sectorial de Educación que se establece en el Plan Nacional de Desarrollo 2007 – 2012; Josefina Vázquez Mota (2008) señala como objetivos entre otros, elevar la calidad de educación para optimar el nivel de logro educativo de los estudiantes con acceso a un mayor bienestar y apoyen al desarrollo nacional.

Para el logro de estos objetivos se pidió la participación de las autoridades educativas estatales, así como, de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES), en donde compartieron experiencias y formularon propuestas dentro de un consenso para dar identidad al bachillerato con un eje articulador para garantizar la pertinencia y calidad dentro de un marco de diversidad.

El resultado del consenso da origen a la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS) y la Secretaría de Educación Pública a través de la Subsecretaría de Educación

Media Superior ha promovido la creación del *Sistema Nacional de Bachillerato* (SNB) para garantizar la modernización educativa y dar seguimiento a dicha Reforma.

La RIEMS establece cuatro ejes a desarrollar:

- I. Marco Curricular Común (MCC) con base en competencias.
- II. Definición y regulación de las modalidades de oferta.
- III. Los mecanismos de gestión.
- IV. Certificación del Sistema Nacional de Bachillerato (SNB).

Centrándose en el primer eje que es el punto que interesa para finalidad de este trabajo, la Reforma señala, que en el MCC los programas de las variadas opciones educativas se determinan los desempeños terminales a manera de competencias, pudiendo ser genéricas, disciplinares básicas, disciplinares extendidas y las profesionales. Las dos primeras son comunes a toda oferta académica de bachillerato y las dos últimas podrán variar atendiendo a las necesidades y objetivos de los subsistemas e instituciones bajo los lineamientos que establece el SNB.

3.2 La RIEMS y las Competencias.

En estudios anteriores a la Reforma Integral, para hablar de las competencias, fue necesario, hacer el estudio de los significados de aptitud, capacidad, habilidad, destreza y competencia, descubriendo que están vinculados unos a otros, y difícilmente se puede delimitar cada uno; lo que sí es un hecho es que los términos señalados se centran en el concepto de habilidad. Algunos autores consideran esos términos como sinónimos, pero no como identidad, sin embargo, Moreno en su artículo señala que no propone definiciones sino más bien una descripción que los conceptualiza en vinculación, pero desde el concepto de habilidad (Moreno, 1998).

Para el concepto de aptitud, Moreno señala que es una disposición innata una potencia natural que puede ejercerse o se pone en movimiento sirviendo de materia prima para desarrollar habilidades, de una manera distinta para cada sujeto; dado que el individuo es dotado, es decir, apto para una amplia gama de desempeños, pudiendo tener acentuaciones en cada persona, un potencial natural más rico para unos desempeños que para otros, dando origen a las diferencias individuales. Al poner en acción la aptitud, en las diferentes

experiencias de aprendizaje, en el entorno familiar, social o en la escuela, evoluciona y como consecuencia desarrolla habilidades, en alguno de los escenarios posibles y que se evidencia en los desempeños pudiendo alcanzar mayor calidad (Moreno, 1998).

Se puede designar el término de competencia, a los diversos desempeños en los que se manifiesta el desarrollo de una habilidad, no constituye la habilidad sino la evidencia. Al conseguir un nivel de calidad en algún desempeño, se traduce como haber conseguido un nivel de competencia. Se hace evidente cómo se relacionan los conceptos de aptitud, habilidad, desempeños, nivel de calidad y nivel de competencia; por lo que habrá que especificar lo que se espera en cada uno de estos ámbitos para un nivel determinado (Moreno, 1998).

La competencia hace referencia (Moreno, 1998) al dominio de una práctica, sustentado por el desarrollo de alguna o algunas habilidades. Alain Coulon (1995, en Moreno, 1998, p. 10) describe a las competencias como “un conjunto de conocimientos prácticos socialmente establecidos que empleamos en el momento oportuno para dar a entender que lo poseemos”; éstos reflejan determinadas habilidades, estrategias, aplicadas creativamente por el sujeto en situaciones que lo demandan. Bruner (1987, en Moreno, 1998) comenta, que “lo que se aprende es la competencia, no las realizaciones particulares”. Verdugo (1990, en Moreno, 1998, p.10) señala que, “un individuo puede tener en su repertorio determinadas habilidades..., pero para que su actuación sea competente, ha de ponerlos en juego en la situación específica”. Eliot (1993, en Moreno, 1998, p.11) propone que la competencia supone transferencia, respuesta a situaciones nuevas, valores humanos puestos en práctica, conocimiento técnico inteligente y desarrollo de las habilidades que sustentan su logro.

Otro término que va muy relacionado con competencia según Moreno es el de destrezas, y señala que son conceptualizadas, como aquellas habilidades que la persona ha desarrollado con un alto nivel de eficiencia.

La vinculación de los conceptos de habilidad, aptitud, competencia y destreza, explican el concepto de capacidad, como potencial de acción del ser humano, es un rasgo intrínseco por lo que puede realizar desempeños cualitativamente diferentes a medida que aprende

interactuando en su entorno. Por lo anterior, se puede afirmar que las habilidades son educables no como consecuencia exclusiva de procesos cognitivos complementados con ejercitación; sino que las actitudes del individuo es un factor primordial presente para que se pretenda desarrollar una habilidad, estimulando o inhibiendo su avance.

La habilidad es transferible, pues no se desarrolla para un momento dado, porque se convierte en una cualidad que responde a múltiples situaciones de la misma naturaleza. Moreno señala que *“las habilidades son constructos que se asocian a la realización de determinadas acciones que puede ejecutar el sujeto hábil”*, de aquí se deriva que se utilice de igual manera *“desarrollo de competencias”* y *“desarrollo de habilidades”*; por lo que conviene precisar que la competencia no constituye la habilidad, pero sí la evidencia o manifestación de la habilidad desarrollada (Moreno, 1998).

En la Reforma Integral, dentro del marco curricular común se define el término de competencia y su clasificación, y que deberá desarrollar el alumno de bachillerato. Por competencia se afirma que es la integración de habilidades, conocimientos y actitudes en un contexto específico. Con esto se pretende que los planes y programas de estudio tengan un mayor sentido complementándolos y estableciendo estándares compartidos, pero a la vez flexibles y congruentes con el currículo. Se trata de definir aquellos desempeños terminales que el egresado del bachillerato debe alcanzar, mediante la existencia de distintos planes de estudio con un MCC delimitado por tres conjuntos de competencias a desarrollar:

- Competencias genéricas.
- Competencias y conocimientos disciplinares.
- Competencias disciplinares.

Las competencias genéricas se identifican como competencias *“clave”* (Vázquez, J. 2008, *Acuerdo 442*), dada su importancia en virtud de que todos los bachilleres deben estar en capacidad de desempeñar ya que les permite comprender el mundo e influir en él, pueden aplicarse en contextos personales, sociales, académicos y laborales en general, y son relevantes a lo largo de la vida. Una segunda característica es que son transversales es decir, no se reducen a un campo específico del saber ni quehacer profesional, son importantes en todas las disciplinas académicas, actividades extracurriculares y procesos

escolares de apoyo a los estudiantes. Por último, son transferibles, porque refuerzan la capacidad de los estudiantes de adquirir otras competencias, ya sean genéricas o disciplinares.

Las competencias genéricas son las que constituyen el perfil del egresado de bachillerato. Las competencias disciplinares básicas, hacen referencia a los conocimientos, habilidades y actitudes asociados con las distintas disciplinas conformando junto con las anteriores el MCC.

Las competencias disciplinares extendidas se organizan en campos disciplinarios amplios, partiendo de las asignaturas desarrolladas en los campos disciplinares básicos de matemáticas, ciencias experimentales, ciencias sociales y comunicación; dándoles continuidad. Las competencias disciplinares extendidas también son específicas a los distintos modelos educativos y subsistemas de la EMS y dan sustento a la formación de estudiantes en el perfil de egreso del SNB.

Las competencias profesionales también forman parte del MCC, las cuales preparan a los jóvenes para la vida laboral con probabilidades de éxito y a su vez dan sustento a las competencias genéricas; se apoyan en normas definidas y avaladas por organizaciones laborales y se desarrollan en el marco de un modelo específico de un plan de estudios. Estas competencias se evalúan en el desempeño y se refleja en un certificado.

Para mayor ilustración se muestra en la siguiente tabla la clasificación de competencias que componen el MCC del bachillerato a desarrollar en los alumnos (Vázquez, J. 2008, Acuerdo 444)

COMPETENCIAS		OBJETIVOS
Genéricas		Comunes a todos los egresados de la EMS. Son competencias clave, por su importancia y aplicaciones diversas a lo largo de la vida. Transversales, por ser relevantes a todas las disciplinas y espacios curriculares de la EMS. Transferibles, por reforzar la capacidad de los estudiantes de adquirir otras competencias.
Disciplinares	Básicas	Comunes a todos los egresados de la EMS. Representan la base común de la formación disciplinar en el marco del SNB.
	Extendidas	No serán compartidas por todos los egresados de la EMS. Dan especificidad al modelo educativo de los distintos subsistemas de la EMS. Son de mayor profundidad o amplitud que las competencias disciplinares básicas.
Profesionales	Básicas	Proporcionan a los jóvenes formación elemental para el trabajo.
	Extendidas	Preparan a los jóvenes con una calificación de nivel técnico para incorporarse al ejercicio profesional.

Tabla 2 - Clasificación de competencias

Para el Centro Escolar Los Altos que ofrece una educación integral y personalizada es importante revisar si desarrolla las competencias en el aprendizaje de las alumnas de una manera directa a través de los diferentes planes de estudio, y que son consideradas como *“unidad común para establecer los mínimos requeridos para obtener el certificado de bachillerato”* (RIEMS, 2008), al igual que otras instituciones. Es importante tener muy en claro el concepto de competencias y cómo se evalúan.

3.3 Definiciones de Competencias

Algunas de las definiciones de los expertos sobre el concepto de competencias, para una mayor ilustración, son; ANUIES, define a las competencias como:

“Conjunto de conocimientos, habilidades y destrezas, tanto específicas como transversales, que debe reunir un titulado para satisfacer plenamente las exigencias sociales. Dependerá de cada egresado cómo ejerce o aplica esas competencias. Fomentar las competencias es el objetivo de los programas educativos. Las competencias son capacidades que la persona desarrolla en forma gradual y a lo largo de todo el proceso educativo y son evaluadas en diferentes etapas; pueden estar divididas en competencias relacionadas con la formación profesional en general (competencias genéricas) o con un área de conocimiento (específicas de un campo de estudio)”.

Otra definición es la de Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) afirma que *“una competencia es más que conocimiento y habilidades. Implica la capacidad de responder a demandas complejas, utilizando y movilizandorecursos psicosociales (incluyendo habilidades y actitudes) en un contexto particular”*(RIEMS, 2008).

Un nuevo elemento que integra esta definición siendo parte de las actitudes hacia los demás, es la parte psicosocial. Además el documento señala que, el pensamiento reflexivo es una parte clave, es decir, desarrollar destrezas metacognitivas, como la forma de pensar e interpretar sus experiencias; desarrollar habilidades creativas y una actitud crítica. (DeSeCo. Resumen Ejecutivo. 2005 en RIEMS 2008).

Definiciones con aportaciones semejantes son:

“Capacidad de actuar de manera eficaz en un tipo definido de situación, capacidad que se apoya en conocimientos pero no se reduce a ellos” (Perrenoud, 2002, p.7).

“Capacidad de responder a demandas complejas y llevar a cabo tareas diversas de forma adecuada. Supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr la acción eficaz” (Proyecto Definición y Selección de Competencia DeSeCo de la OCDE, 2002)

En todas ellas se señala de alguna manera, que los conocimientos no son lo más importante sino la manera en que se aplican o se hace uso de ellos en los distintos contextos, así podemos señalar que ante situaciones problematizadoras específicas se requiere de una movilización de lo aprendido en la escuela, la experiencia personal como aprendizajes previos; resultando esas situaciones en generadoras de nuevos aprendizajes significativos, que es lo que se busca en los planes de estudio.

Con lo anterior no se quiere restar importancia a los conocimientos; sino más bien señalar que una base sólida de conocimientos aunada a una serie de habilidades son necesarias para desarrollar competencias.

La definición de competencia que aportan Poblete y García (2007, p. 50), hacen alusión al desempeño en contextos variados y auténticos para que, de manera integrada se activen conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes entre otros. Se puede afirmar que adquiere mayor significado para el alumno cuando desarrolla la competencia en contextos auténticos.

3.4 Definiciones de Competencias Matemáticas

Para el caso particular de la presente investigación interesa abordar las competencias disciplinares básicas en el campo de las Matemáticas que señala la RIEMS (Vázquez, J. 2008. Acuerdo 444).

1. “Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos, con símbolos matemáticos y científicos”.

Si bien estas son las competencias que deben desarrollarse según los programas oficiales, encontramos que un elemento importante en las competencias es la resolución de problemas, no entendida como aplicación de operaciones, o aplicación de conceptos o teorías; sino desde su significado dentro de un contexto, para lo cual se requiere de determinadas acciones:

“comprender el problema en un contexto disciplinar, social y económico; establecer varias estrategias de solución, donde se tenga en cuenta lo imprevisto y la incertidumbre; considerar las consecuencias del problema y los efectos de la solución dentro del conjunto del sistema y aprender del problema para asumir y resolver problemas similares en el futuro”. (Tobón, 2006; p. 64)

Villa y Poblete, (2007), señalan en la definición, de competencia de resolución de problemas, que es necesario la identificación de elementos significativos y la aplicación de unos criterios para resolverlo; además lo relacionan con una visión de futuro y con algunas habilidades como el pensamiento analítico y sistémico, la racionalidad, discernimiento y actitud proactiva entre otros; para lo cual, establecen tres niveles de dominio, como son: la identificación y análisis del problema; aplicación de la experiencia y el criterio, y por último, el trabajo en equipo. Utilizan además algunos indicadores como son la “*identificación, definición, recogida de información, metodología, alternativas y plan de actuación*” (Villa y Poblete, 2007, p.142).

3.5 Desarrollo de Competencias Matemáticas

Para desarrollar la competencia matemática es necesario contar con una base cognitiva de las matemáticas y que el profesor reconozca el grado de dificultad que representa a los alumnos esa demanda cognitiva ó procesos intelectuales; pudiéndose agrupar en: *procesos cognitivos generales* como es la memoria o activación de esquemas (objetos de atención e inferencia) según Gagné (1991 en Jiménez 2000); *procesos algorítmicos* referido a las operaciones matemáticas en orden, y los *procesos de identificación de significado*, o sea, el entendimiento de las expresiones simbólicas y su comprensión (Jiménez, 2000).

En la construcción de significados, al hacer uso de elementos lingüísticos, por ejemplo, se presta a confusión, $f(x)$, función de x , comparado con f por x ; de igual manera existen diversidad de significados a conceptos y símbolos matemáticos, que no son comprendidos por el alumno y en ocasiones el profesor no detecta la confusión de los alumnos. Por lo anterior resulta necesario que el profesor corrobore si los alumnos dan el mismo significado a los términos técnicos que emplea él; además es conveniente utilizar expresiones que estén al alcance de los alumnos; por esta razón se sugiere seguir un proceso: estrategia de preguntas para la comprensión de significados, identificar congruencia de significados y conceptos de los alumnos, evaluar la comprensión en el alumno de los significados de símbolos y el vocabulario en el lenguaje matemático y por último que el alumno haga representaciones visuales para encontrar sentido en la información y resolución de problemas (Jiménez, 2000).

3.5 Estudio PISA

Habiendo abordado las diferentes definiciones de competencias y los elementos que las componen; las competencias y habilidades matemáticas esperadas en el marco de la RIEMS, así como algunos de los elementos a desarrollar para conseguir esas competencias; será imprescindible abordar el estudio PISA (Evaluación Internacional para Estudiantes) en el campo de las Matemáticas. Examen que se aplica a los alumnos al final de la educación obligatoria (entre 15 y 16 años), que tiene por objeto medir hasta qué punto han adquirido conocimientos y habilidades necesarios para su participación en la sociedad.

La prueba PISA, evalúa al sistema educativo de los países cada tres años, pero no al alumno en lo individual y da un reflejo de las capacidades y competencias de cada país. México se ubicó en promedio en el nivel 1 (406) en matemáticas de la escala global, que va de 0 a 800 puntos. A este nivel corresponden preguntas relacionadas con contextos familiares, comprendiendo información relevante, preguntas claramente definidas y que los alumnos sean capaces de identificar la información y desarrollar procedimientos rutinarios conforme a instrucciones directas en situaciones explícitas (PISA, 2009).

En el ámbito de las matemáticas la prueba PISA evalúa a los alumnos en su capacidad de analizar, razonar y comunicar ideas de manera efectiva al plantear, formular, resolver e interpretar las soluciones a un problema matemático en diferentes situaciones. La competencia a evaluar en cuanto al contenido matemático en función de ideas clave es: a) cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones, e incertidumbre y de manera secundaria en contenidos curriculares como los números, el álgebra y la geometría; b) procesos matemáticos como el empleo del lenguaje matemático, la creación de modelos y las habilidades para resolver problemas, no de manera aislada cada una de ellas, sino en grupos de competencias concretas que definen el tipo de habilidad mental requerido; por último c) las situaciones o ámbitos con un grado de proximidad al alumno: personales, educativas, profesionales, públicas y científicas. (PISA, 2009, p.13)

Se pretende conocer el grado de competencia matemática que poseen los alumnos de esta edad como ciudadanos reflexivos e informados y además consumidores inteligentes, de tal manera que sean capaces de interpretar los fenómenos que acontecen a su alrededor y que los medios de comunicación hacen llegar al mundo entero; información presentada en tablas, diagramas o gráficas de temas muy diversos según el acontecer del día a día, ya sea estado del tiempo, calentamiento global, crecimiento demográfico, cambio de horarios, finanzas ... (PISA, 2006, p.74).

Al revisar las competencias que se pretende desarrollar en el alumno de bachillerato en matemáticas, se observa que están presentes las ideas claves que evalúan la prueba PISA y las habilidades a desarrollar en su entorno. (Programme for International Student Assessment. Programa Internacional de Estudiantes).

PISA define la competencia matemática como:

“una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos” (PISA 2006. p.74).

La competencia matemática hace referencia al carácter funcional del conocimiento matemático para ser aplicado en distintas formas, reflexivamente y de manera sutil en situaciones variadas; también se señala dentro del término de competencia matemática en el documento de PISA, que una capacidad primordial es la habilidad de plantear, formular e interpretar problemas a través de las matemáticas en situaciones y contextos variados.

El término de “competencia“ hace referencia al lenguaje que emplean las personas y en el caso de la competencia matemática también se considera un lenguaje que conlleva rasgos estructurales en términos matemáticos como hechos, símbolos, signos, procedimientos, habilidades de ejecución de ciertas operaciones con subdominios matemáticos; aplicables a problemas no rutinarios en contextos sociales cercanos. Para contar con los rasgos estructurales del lenguaje matemático, es necesario tener conocimiento de términos, procesos y conceptos básicos y saber cómo se estructuran y se aplican.

Una de las estrategias en la resolución de los problemas de la evaluación PISA, es la matematización y la más común en su aplicación, consta de cinco pasos:

- Primer paso: es el proceso matematizador o matematización a partir de un problema presente de la realidad.
- Segundo paso: identificar la presencia de las matemáticas en el problema, organizar el problema en función de los conceptos matemáticos.
- Tercer paso: la abstracción de la realidad que quiere decir formular el problema en términos estrictamente matemáticos, ya sea traduciendo las formas lingüísticas en una expresión algebraica o en dibujar directamente los gráficos partiendo de las fórmulas lingüísticas.

- Cuarto paso: resolver el problema matemático. Comprender dos fórmulas o dos gráficos y sacar conclusión.
- Quinto paso: responder a la pregunta: qué significado adquiere la solución estrictamente matemática al transponerla al mundo real..

Esta forma de resolver problemas es común en las personas reflexivas y bien informadas al utilizar las matemáticas en situaciones reales, pueden expresar sus opiniones, emitir juicios y respaldarlos con fundamento, es una forma de competencia matemática y esto se espera en los alumnos de esta etapa que aprendan a matematizar en la escuela como un objetivo fundamental (PISA, 2006. p.79).

En la prueba PISA se han diseñado problemas para evaluar distintas partes de ese proceso con objeto de detectar en los alumnos la escala de niveles de aptitud en que se encuentran dentro del marco de la evaluación de la competencia matemática. En el documento señala que para describir con mayor claridad el área objeto de la evaluación, es conveniente distinguir tres elementos:

- Las situaciones o contextos.
- El contenido matemático.
- Las capacidades.

Las situaciones o contextos en donde se desarrolla el problema, puede ser personal, educacional o profesional, público y científico. El contexto de una situación determinada es lo que constituye el marco específico y contiene los elementos que se utilizan para formular el problema.

Los contextos pueden ser múltiples, así como los problemas pueden tener un contexto auténtico cuando trata de la utilización de las matemáticas, pudiendo ser verdaderos o reales; también tiene que ver la proximidad o lejanía entre el problema y las matemáticas. Cuando el problema hace referencia únicamente a símbolos, fórmulas y estructuras matemáticas que no implica otras relaciones con fenómenos de otra naturaleza, entonces se le denomina intramatemático ó del tipo de situación científica. Cuando el problema guarda relación con el mundo real, se le llama extramatemático y entonces hay que traducir el contexto del problema a una formulación matemática. También existen problemas en

contextos hipotéticos con algunos elementos reales siempre y cuando sea posible de solucionar; éstos últimos no considerados en la evaluación PISA porque concede mayor valor a situaciones del mundo real (PISA, 2006.p.85).

El contenido matemático, para resolver el problema, contempla cuatro categorías de ideas clave: espacio y forma, cambio y relaciones, cantidad e incertidumbre.

La forma, desde el ámbito matemático se relaciona no sólo con la geometría tradicional; sino que comprende todo el entorno visual que nos rodea y ser capaz de describirlo, saber codificar y decodificar la información visual, las semejanzas y diferencias entre los objetos y reconocer formas representadas en distintas dimensiones y representaciones. El estudio de las formas está relacionado con la comprensión del espacio.

En resumen los aspectos de la idea clave espacio y forma son:

- “Reconocer formas y patrones.
- Describir, codificar y decodificar información visual.
- Comprender los cambios dinámicos de las formas.
- Similitudes y diferencias.
- Posiciones relativas.
- Posiciones bidimensionales y tridimensionales y relaciones entre ambas.
- Orientación en el espacio” (PISA, 2006.p.88).

Los cambios y relaciones según la evaluación PISA, son una segunda idea clave del contenido matemático y tiene que ver con los cambios que se presentan en los fenómenos naturales y las relaciones que guardan entre sí, encontrándose implícitas funciones matemáticas y ecuaciones que puedan utilizarse para describirlas o mencionarlos en esos cambios. Según Stewart (1990) la sensibilización a los patrones de cambio requieren:

- “Representar cambios de una forma comprensible.
- Comprender los tipos de cambio fundamentales.
- Reconocer tipos concretos de cambio cuando estos se produzcan.
- Aplicar estas técnicas al mundo exterior.

- “Controlar un universo cambiante para que redunde en nuestro beneficio” (PISA, 2006.p.90).

La cantidad, un aspecto más a considerar del contenido matemático, tiene que ver con la comprensión del tamaño relativo, identificación de regularidades numéricas y el uso de números para representar cantidades y características cuantificables del mundo real, el razonamiento cuantitativo importante a la hora de manejar cantidades que comporta:

- “Sentido numérico.
- Comprensión del significado de las operaciones.
- Sensibilidad hacia las magnitudes numéricas.
- Cálculos elegantes.
- Cálculo mental.
- Estimaciones” (PISA, 2006.p.93).

La ciencia y la tecnología pocas veces hacen referencia a la certidumbre y es que en la realidad, el conocimiento científico por lo general no es absoluto, está presente un umbral de incertidumbre igual pasa en la vida diaria y es la cuarta idea clave que en relación al contenido matemático señala la evaluación PISA; alude a dos temas relacionados, a los datos y el azar; objeto de los estudios matemáticos de la estadística y al cálculo de probabilidades. La estadística aporta a las matemáticas la posibilidad de razonar partiendo de datos empíricos inciertos. Sus elementos clave son:

- “La omnipresencia de la variación en los procesos.
- La necesidad de contar con datos sobre los procesos.
- El diseño de la elaboración de datos teniendo en mente la variación.
- La cuantificación de la variación.
- La explicación de la variación” (PISA, 2006.p.97).

En la evaluación PISA, el concepto de probabilidad hace referencia a situaciones donde se hace presente el azar como son las monedas, los dados, trompo y situaciones reales pero no complejas y que puedan analizarse intuitivamente o modelarse con objetos. También podemos encontrar incertidumbre en diversas fuentes como variación natural de estaturas, lectura de puntuaciones, ingresos de un determinado número de personas. Es un gran avance ver el estudio de datos y el azar como un todo coherente, resaltando la importancia que tiene la progresión de ideas a partir del análisis de datos a la producción de datos para llegar a la probabilidad e inferencia. En este ámbito las operaciones y conceptos matemáticos de mayor relevancia son:

- “La producción de datos.
- El análisis de datos y su presentación/visualización.
- La probabilidad.
- La inferencia” (PISA, 2006. p.97).

Lo que se ha expuesto hasta ahora, son los principales conceptos y procesos para llevar a cabo la matematización; pero hacerlo de manera satisfactoria en diversas situaciones y contextos, intra o extramatemáticos, tener ideas claras, es preciso contar con una serie de capacidades matemáticas, que tomadas en su conjunto constituyen el concepto superior de competencia matemática.

Las *capacidades*, dentro de las competencias matemáticas, sirven para conectar el problema del mundo real con las matemáticas y resolver el problema. Este apartado consta de un conjunto de capacidades que corresponden al núcleo superior de competencia matemática y están presentes de manera diferente en el proceso de matematización. Existen ocho tipos de capacidades según menciona Niss (1999, en PISA, 2006):

- “Pensamiento y razonamiento.
- Argumentación.
- Comunicación.
- Construcción de modelos.
- Planeación y solución de problemas.
- Representación.

- Utilización de operaciones y lenguaje técnico, formal y simbólico.
- Empleo de material y herramienta de apoyo” (PISA, 2006.p.101).

La competencia matemática desde una perspectiva internacional se puede describir y reconocer las capacidades de los estudiantes, así como sus fortalezas y debilidades con un tipo de estructura y para ser aplicable y comprensible, definiendo un grupo de capacidades con exigencias cognitivas para resolver los diferentes tipos de problemas matemáticos, y PISA las engloba en tres grupos de capacidades: *reproducción*, *conexión* y *reflexión* (PISA, 2006.p.102).

El grupo de *reproducción* de conocimientos, se refiere a conocimientos que ya han sido practicados y corresponde a las evaluaciones estándar. Las *conexiones* se cimientan sobre la base de las capacidades del grupo de reproducción y abordando los problemas cuyas situaciones no son rutinarias. La *reflexión*, capacidad que requiere que el alumno aporte un elemento de reflexión sobre los procesos que se necesita en la solución de problemas, es decir, se relaciona con la capacidad de plantear estrategias de solución a problemas con más elementos y que pueden ser considerados como más originales. La clasificación de estos tres grupos corresponde a las ocho capacidades enlistadas anteriormente. (PISA, 2006.p.103)

Si bien los tres grupos contienen la misma clasificación, se espera que los alumnos lleguen al grupo de las capacidades más altas, que sean capaces de reflexionar y de establecer un proceso y estrategia de solución al problema planteado; de tal manera que la capacidad de pensamiento y razonamiento le permita distinguir las partes esenciales del problema no rutinario, que se desarrolla en contextos diferentes o nuevas situaciones, que requiere de una serie de preguntas para distinguir sus partes esenciales y descubrir los tipos de respuesta y a su vez confrontarlo con la teoría y poder generalizar los resultados.

Para sintetizar las características de los grupos de capacidades, el documento de PISA 2006 presenta el siguiente cuadro:

Representación gráfica de los grupos de capacidades

<i>Competencia matemática</i>		
<p><i>El grupo de reproducción</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Representaciones y definiciones estándar</i> • <i>Cálculos rutinarios</i> • <i>Procedimientos rutinarios</i> • <i>Solución rutinaria de problemas</i> 	<p><i>El grupo de conexiones</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Construcción de modelos</i> • <i>Solución, traducción e interpretación estándar de problemas</i> • <i>Métodos múltiples claramente definidos</i> 	<p><i>El grupo de reflexión</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>Planteamiento y solución de problemas de nivel complejo</i> • <i>Reflexión e intuición</i> • <i>Enfoque matemático original</i> • <i>Métodos múltiples complejos</i> • <i>Generación</i>

Con este esquema se pueden clasificar los problemas matemáticos, según al grupo de capacidades que requieren para ser resueltos. Se considera que si un ejercicio tiene al menos una de las características del grupo de reflexión, se determina su pertenencia a ese grupo, pero si en su lugar presenta características del grupo de conexión, ese será su grupo de capacidades al que pertenece. Cuando un ejercicio no presenta ninguna de las características de los grupos anteriores, entonces se asignaría al de reproducción, por no poseer ningún atributo a las dos anteriores. (PISA, 2006.p.112).

3.6 La Prueba ENLACE

En México se ha establecido la Evaluación Nacional de Logro Académico de Centros Educativos (ENLACE), instrumento de mejora educativa, al aportar elementos que contribuyan a establecer programas de tutorías focalizadas e implementar programas de formación y actualización de maestros, entre otras acciones.

La prueba ENLACE ofrece además información específica a padres de familia, estudiantes, maestros, directivos, autoridades educativas y sociedad en general para mejorar la calidad de la educación, promoviendo la transparencia y rendición de cuentas. (Enlace Internet página de ENLACE, 17/5/2010, EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR)

La prueba ENLACE mide el dominio y habilidades para la vida, a manera de diagnóstico y no de acreditación. Tampoco pueden ser consideradas como índice único para emitir un voto de calidad; pero la información que aportan es valiosa.

En la Educación Media Superior, la prueba ENLACE permite conocer en qué medida los jóvenes son capaces de poner en práctica, ante situaciones del mundo real, conocimientos y habilidades básicas (lectora y matemática) adquiridas a lo largo de la trayectoria escolar. Esto confirma que una prueba al interior del país permite tomar el pulso e ir implementando acciones para mejorar el nivel educativo y a la vez mejorar los resultados en la prueba PISA, con la cual, podemos compararnos con otros países y ver los avances que hemos logrado en materia de educación.

Para medir la habilidad matemática, ENLACE toma en cuenta cuatro contenidos: cantidad, espacio y forma, cambios y relaciones, y matemáticas básicas. En relación con los procesos cognitivos, evalúa los procesos de la reproducción, conversión y la reflexión. Como podemos observar hay una correspondencia con la prueba PISA, que mide estas capacidades.

Ahora bien si ya se han expuesto las competencias que el alumno de bachillerato debe lograr al término del mismo; de la misma manera habrá que revisar cuáles son las competencias con que debe contar un profesor de bachillerato, para estar en condiciones de desarrollar competencias en sus alumnos. Los profesores de bachillerato suelen ser egresados de una carrera universitaria, no cuentan con una capacitación específica en el ámbito pedagógico – didáctico; hasta cuando están frente a grupo, y las instituciones educativas se lo exigen.

3.7 Competencias de Profesores

El conocimiento profesional de profesores se manifiesta en muchas decisiones y actuaciones. Según Bromme y Strässer (1988) es un conocimiento complejo, conformado

por varias facetas. Es una mezcla de conocimiento pedagógico y didáctico (en este caso referente a la didáctica de las matemáticas). La calidad de una clase tiene como factor más importante las competencias de los profesores (Helmke, 2005).

Hill, Rowan & Ball (2005) encontraron en sus estudios que, las capacidades y competencias de los alumnos dependen del conocimiento matemático del profesor: “we found teachers’ mathematical knowledge was significantly relates to student achievement...”

¿Será suficiente entonces que el profesor tenga un amplio conocimiento de la materia que imparte? Durante 3 décadas se trataron de identificar los componentes del conocimiento del profesor de matemáticas (Sánchez, 2000). Shulman (1986) y Bromme (1986) dividieron este conocimiento profesional en 3 componentes.

- a) Content knowledge: conocimiento de la materia a impartir
- b) Pedagogical content knowledge: conocimiento de la didáctica de la materia
- c) Pedagogical knowledge: conocimiento general sobre la didáctica.

Ma (1999) constató que, una comprensión limitada de matemáticas, limita el desarrollo conceptual de los alumnos. Uno de los problemas que notó en los profesores que entrevistó, fue que se dedicaron o centraron en la transmisión de conocimiento procedimental.

Neubrand (2006, COACTIV) desglosó el conocimiento profesional de profesores en facetas de competencias, tomando la clasificación de Bromme y Shulman. El conocimiento de la materia lo interpreta como el entendimiento por parte del profesor de la materia escolar y de los problemas que se pueden plantear a los alumnos, adecuados a su desarrollo matemático. El conocimiento didáctico de la materia es el conocimiento sobre las formas de representación, la facilidad de explicar a los alumnos, contenidos difíciles y el conocimiento del profesor sobre las creencias e imaginaciones tanto correctas como incorrectas de los alumnos; y por último el conocimiento pedagógico lo refiere al conocimiento sobre procesos de aprendizaje y organización de la clase.

En un estudio realizado por el Instituto Tecnológico de Sonora, con objeto de diagnosticar el índice de reprobación en Matemáticas de los alumnos, señalan que García (en Ramírez y Vales, 2003.p.12) argumenta el papel que juega el profesor en la adquisición de

conocimientos y habilidades, por ser el elemento intermediario entre los alumnos y el conocimiento; de tal manera que hace confluir las variables a través de situaciones para que se den los objetivos educativos.

La investigación se desarrolló tomando como indicadores en competencias docentes: planeación de clase, dominio del tema, conducción de clase, relación maestro alumno, uso de tecnología y sistema de evaluación. Las conclusiones del trabajo señalan que hay una relación entre el aprovechamiento del estudiante de Matemáticas y las habilidades docentes del profesor, oportunidad de interacción de cada alumno de manera equitativa con el profesor mejora la calidad de educación.

Se observó también en el estudio, que los alumnos generalmente obtienen calificación baja en cualquiera de los niveles de habilidad numérica y a la vez los profesores registran con baja frecuencia conductas que favorecen el aprendizaje. Otra aportación es que en los semestres más avanzados Matemáticas V, hay mayor rendimiento debido a que, a mayor información y habilidades en el estudiante, mayor oportunidad de adquirir conocimientos nuevos y donde el papel de profesor es mediador de la información y moldeador de hábitos y destrezas para lograr el aprendizaje significativo.

Por último cuando es posible observar el conjunto de conocimientos y habilidades que presenta el profesor al impartir sus clases, se facilita diseñar programas de capacitación docente, para modificar actitudes, creencias y acciones que influirán en el alumno. (Ramírez y Vales , 2003.p.17)

En la investigación realizada en el último nivel de educación básica, Primaria; por la Dra. Verónica Díaz y Álvaro Poblete, desarrollada en Chile, a través de un Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE), se propuso un proyecto para mejorar las competencias profesionales de los profesores de matemáticas en escuelas primarias y definieron la competencia del profesor como, “la habilidad adquirida efectiva y eficientemente al ejecutar el acto de enseñar matemáticas, relacionándola con la calidad en el sentido de hacer la tarea educativa de formación y hacerla bien”. En este estudio se integran saberes y conocimientos para enseñar matemáticas y disposición para hacer bien la tarea (Díaz y Poblete, 2001.p.4).

En este modelo de estudio, se establecen dos tipos de competencias; las primeras se refieren a un contexto cualitativo en una concepción de calidad, pudiendo ser competencias generales y especializadas.

“Ejemplo de algunas de las competencias generales: Habilidad para aplicar conocimientos disciplinarios; habilidad para innovar, indagar y crear en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática; capacidad para propiciar un ambiente favorable para el aprendizaje de la matemática; capacidad para lograr una adaptación, actualización y una proyección como profesor de matemáticas.

Respecto a las competencias especializadas del profesor de matemática se tiene por ejemplo: Capacidad para asumir nuevas exigencias curriculares, metodológicas y tecnológicas; habilidad para planificar acciones didácticas en matemáticas; capacidad para utilizar diversas estrategias de enseñanza; habilidad para comprender, identificar y aplicar teorías de aprendizaje en matemática; habilidad para favorecer el aprendizaje por resolución de problemas en matemática, por investigación y métodos activos; habilidad para seguir, desarrollar y exponer un razonamiento matemático; habilidad para exponer ideas matemáticas; habilidad para conectar áreas de desarrollo de la matemática y su relación con otras disciplinas; capacidad para utilizar formas actualizadas en evaluación”. (Díaz y Poblete, 2003.p.4)

Sin embargo, además de las tareas que requiere llevar a cabo el profesor, se ha visto necesario ya desde los años 1980, implementar en el currículo la resolución de problemas como centro de las matemáticas escolares y que ha llegado a ser un modelo de actividad. Esto ha llevado a encontrar una heurística para explicitar estrategias facilitando lo resolución de problemas y constituyendo una metodología.

Perrenoud hace referencia a la resolución de problemas en el concepto de competencia y lo relaciona con el proceso de activación de conocimientos, habilidades y estrategias, en diferentes contextos y principalmente en situaciones problematizadoras. Sin embargo, el desafío es que se desarrollen las competencias matemáticas esenciales al tratar de entender la estructura de un problema y la capacidad para seguir los procesos de resolución.

Los problemas se pueden clasificar según su naturaleza en rutinarios y no rutinarios; según su contexto en real realista, fantasista y puramente matemático (Díaz y Poblete, 2003.p.6).

Con esta perspectiva las competencias matemáticas validadas y evaluadas, adecuadas al nivel de estudios son:

- Competencia Tipo 1 de Conocimiento y Desarrollo de Procedimientos Matemáticos. Comprende manejo de conceptos matemáticos y la argumentación matemática, con resolución de problemas de cálculo y definiciones más comunes, típicos en pruebas convencionales de esta asignatura.
- Competencia Tipo 2 de Resolución de Problemas Rutinarios. Con aplicación de fórmulas a problemas rutinarios y de cualquier contexto: real, realista, fantasista y puramente matemáticos, que requiere de conexiones.
- Competencia de Tipo 3 de Planteamiento y Resolución de Problemas No Rutinarios. Incluye la decodificación de situaciones matemáticas, para traducirlo al lenguaje simbólico formal en resumen llegar a la capacidad de generalización (Díaz y Poblete, 2003.p.7).

Los resultados de utilizar esta metodología, aunado al uso de material didáctico manipulable y de contenido de competencia matemática, desde su preparación y en otro momento con asesoría a profesores por expertos, logró una mejora en las competencias profesionales del profesor en formación general básica, con cambios en lo pedagógico, análisis didáctico del manejo del programa y empleando una metodología de resolución de problemas, observándose un incremento en las competencias matemáticas de profesores y alumnos (Díaz y Poblete, 2003.p.16).

Además de las competencias en la resolución de problemas de procesamiento matemático, rutinarios y no rutinarios, existe un elemento importante en el estudio de las matemáticas, principalmente en el campo de la geometría y se refiere a la percepción visual, visión espacial o visualización de los cuerpos en tercera dimensión (Gutiérrez. 1991.p.1). En la visualización espacial el elemento central es la imagen o representación mental que se hace de los objetos físicos, relaciones, conceptos, entre otros; pudiendo señalar: a) imágenes concretas pictóricas, relativas a imágenes figurativas de objetos físicos; b) imágenes de

fórmulas o esquematización mental como se vería impresa; c) imágenes de patrones o esquemas visuales de relaciones abstractas, a diferencia de la anterior es una representación gráfica del significado; d) imágenes cinéticas, implica movimiento físico y mental; e) imágenes dinámicas, son imágenes mentales en los que los objetos o parte de ellos se desplazan (Presmeg (1986), en Gutiérrez, 1991.p.44). Las imágenes pueden ser cinética o dinámicas y tener relación con una de las tres primeras: pictóricas, patrón o de fórmula.

Los procesos para manipular las imágenes físicas o mentales de los objetos pueden ser de dos tipos según Bishop (1989 en Gutiérrez, 1991.p.45): de procesamiento visual (VP) que es la conversión de información abstracta o no figurativa a imágenes visuales o la conversión de estas en otras. Otro proceso es la interpretación de información figurativa (IFI) que es extraer información de una representación visual por comprensión e interpretación.

Un componente más que se añade, es la creación y procesamiento de imágenes visuales, por medio de habilidades que desarrollan los individuos para lograr concebir imágenes mentales y que Del Grande (1990 en Gutiérrez.1991.p.45) relaciona detalladamente con las habilidades que integran la visión espacial y que va más allá que la geometría:

- 1.- La coordinación motriz de los ojos, habilidad para seguir con la vista el objeto en movimiento.
- 2.- Identificación visual, habilidad para ubicar una figura aislándola del contexto, de sus partes o de figuras superpuestas.
- 3.- Conservación de la percepción, habilidad para reconocer que el objeto conserva la forma aunque deje de verse, girado u ocultado.
- 4.- Reconocimiento de posiciones en el espacio, es la habilidad para relacionar la posición del objeto con otro que es punto de referencia.
- 5.- Reconocimiento de las relaciones espaciales, es la habilidad de identificar correctamente las características de las relaciones entre objetos situados en el espacio, pudiendo presentar girados, perpendiculares, simétrico u otra forma.

6.- Discriminación visual, habilidad para hacer comparaciones encontrando las semejanzas y diferencias.

7.- Memoria visual, habilidad de recordar las características visuales, de posición o ubicación de un conjunto de objetos que dejan de verse o han cambiado de posición.

De toda esta clasificación de imágenes, procesos y habilidades, solo algunas de ellas tienen mayor relación con el aprendizaje de la geometría tridimensional:

Imágenes: pictóricas, cinéticas y dinámicas. (Del Grande, 1990, en Gutiérrez. 1991.p.47).

Procesos: Percepción visual y la interpretación de información figurativa (en esas tres formas de imágenes)

Habilidades: de identificación visual, de reconocimiento de posiciones o relaciones en el espacio y discriminación visual (en esas tres formas de imágenes).

Todas estas relaciones de imágenes son utilizadas por el estudiante cuando realiza actividades o resuelve problemas en donde intervienen objetos geométricos espaciales.

Si existe una relación entre el conocimiento profesional del profesor y la de los alumnos parece importante, analizar las competencias de los profesores en la resolución de problemas tipo ENLACE, para tener una visión más adecuada de las competencias de los profesores.

Las competencias matemáticas así como se expusieron en esta sección, como meta en la educación media superior, conllevan competencias de profesores como la reflexión en la resolución de problemas y situaciones de formas variadas. El estudio de este conocimiento profesional del profesor de matemáticas es el objetivo de esta investigación, a través de entrevistas a profesoras de matemáticas en la resolución de 4 problemas de la prueba ENLACE 2010.

Capítulo 4
Metodología

Capítulo 4: Metodología

La prueba ENLACE aplicada a las alumnas del Centro Escolar Los Altos muestra en sus resultados, las competencias, habilidades y conocimientos de las alumnas. Se espera de ellas, resolver cada problema en un promedio de 2 minutos, lo cual significa, que las alumnas tienen que ser hábiles y tener recursos de razonamiento y reflexión oportunos. Muchos problemas, de este tipo de pruebas, son resolubles razonando sobre las opciones posibles y las completamente imposibles. Además se requiere preguntarse si hay algún camino, no algorítmico o de leyes matemáticas, que pueda llevar al resultado, sin largos procedimientos. Tanto en la prueba ENLACE de 2009, como en 2010, las alumnas de Preparatoria mostraron deficiencias por grupo en varias problemáticas planteadas.

De ahí surge la primera pregunta: ¿Cómo pueden adquirir las alumnas estas competencias?

Y en consecuencia: ¿Cuáles son las formas y procedimientos, y los razonamientos y competencias de las profesoras al resolver problemas de la prueba ENLACE?

4.1 Tipo y diseño de la investigación

La primera parte de la investigación es cuantitativa, ya que se analizan los porcentajes de acierto por problema de la prueba. Dado que los porcentajes en sí no dan luz sobre las problemáticas intrínsecas en cada ejercicio, se opta por hacer una investigación cualitativa, que se centra en los procesos de resolución, reflexión, razonamiento y competencias de profesoras de problemas elegidos de la prueba ENLACE.

4.1.1 Prueba piloto

Dados los bajos índices de acierto, alcanzado por las alumnas, en 2009, en varios problemas, se vio la necesidad de realizar una capacitación con las profesoras de la institución, mostrando los temas en los que más se equivocaron las alumnas.

En el contexto de esta capacitación, se cuestionó a 9 profesoras de secundaria y preparatoria, sobre sus formas, procedimientos y razonamientos en 16 ejercicios de la prueba 2009. Se considera que se realizó una entrevista grupal centrada en una serie de problemas, en la cual las profesoras daban en voz alta sus opiniones y formas de resolución.

Se centralizó la observación especialmente en las reflexiones y flexibilidad en las operaciones de 4 problemas elegidos de los 16 que se plantearon. En la capacitación, que puede considerarse como una prueba piloto, fueron recopilados en forma escrita, los procedimientos, pensamientos y reflexiones de las profesoras por dos personas, para posteriormente, poder cotejar las conclusiones. Los resultados de la prueba piloto mostraron una capacidad baja de las profesoras para reflexionar y razonar en formas distintas que las mecanizadas y algorítmicas.

4.1.2 Muestra

Se llegó a la conclusión, que se tenía que profundizar más en este tema, haciendo entrevistas individuales a profesoras, no sólo de la misma institución, sino de instituciones del área metropolitana de Guadalajara. Se realizaron 7 entrevistas a profesoras, en las cuales las profesoras fueron videograbadas al realizar sus procesos de solución, centradas en 4 nuevos problemas de la prueba ENLACE 2010, en junio 2010. Se eligieron 3 profesoras del Centro Escolar Los Altos y 4 de escuelas del área metropolitana de Guadalajara.

¿Cómo resuelven en particular las profesoras los problemas elegidos de la prueba ENLACE 2010?

La investigación es mixta, es decir, en la parte del porcentaje de acierto de las alumnas de la institución, de los problemas de la prueba ENLACE, tanto en 2009, como en 2010; es cuantitativa. Se construyen diagramas de porcentaje de acierto por problema y se analizan los resultados de los cuatro problemas de la prueba 2009 y 2010. La prueba piloto del 2009, es un acercamiento a la realidad de las formas de resolución de las profesoras y la entrevista semiestructurada con los cuatro problemas de la prueba ENLACE 2010 es una investigación cualitativa, ya que se analizan y se profundiza en las formas de pensar de las profesoras.

4.1.3 Técnica de recopilación de la información

Las entrevistas videograbadas están guiadas a través de la problemática planteada. Se les entregaron a las profesoras dos hojas con los cuatro problemas en forma idéntica a como

estaban planteados en la prueba, indicando también las opciones de respuesta que se presentan como veremos mas adelante. Se les dio a las profesoras la oportunidad de escoger el problema con el que se sienten más seguras, para posteriormente resolver todos los demás. A todas las profesoras no se les limita en tiempo, para no presionarlas, aunque sí se tomó el tiempo que tardaron en llegar a una conclusión sobre una respuesta, ya que parece importante también el tema del tiempo, ya que en la prueba ENLACE las alumnas no disponen de mucho tiempo.

Se les comentó a las profesoras del Centro Escolar Los Altos, que esta entrevista no tendría ninguna repercusión en su lugar de trabajo, para que no sintieran ninguna presión. Las profesoras estuvieron enteradas, que los problemas provienen de la prueba ENALCE, y que se quería que justifiquen su respuesta. Se les dejó libre la forma de justificación, lo cual quiere decir, que podían hacer los cálculos correspondientes o hacer reflexiones sobre la forma en que se puede resolver el problema. Hay dos entrevistadores, que a su tiempo están tomando nota de los comentarios y procesos de las profesoras, para poder cruzar información posteriormente.

4.1.4 Método de interpretación de la información

En la prueba piloto, se recopilaron las dificultades que presentaron las profesoras en la reflexión, y formas alternas de resolución, por medio de las cuales se llegó a la conclusión que era necesaria una investigación más profunda. En la sección de resultados se hace una breve referencia a estas dificultades.

Para la interpretación de las entrevistas se analizaron las formas de resolución de cada profesora en cada problema. Se analizaron los videos, para establecer similitudes y diferencias, dificultades, aciertos, reflexiones y razonamientos de las profesoras.

Se trata de reproducir las partes más importantes de las entrevistas en forma fidedigna, aunque al analizarlas es posible que ya contengan cierta interpretación, lo cual es prácticamente imposible de evitar.

Las respuestas de las profesoras a los problemas, se categorizaron, según el nivel de resolución al que llegó cada una de las profesoras en cada problema. Las categorías varían según el tipo de problema y se establecen en el capítulo 4.3.2.

4.2 Preguntas de investigación

¿Muestran las profesoras entrevistadas dificultades en la resolución de los problemas planteados?

¿Qué competencias se encuentran en las profesoras al resolver problemas de la prueba ENLACE?

¿Qué tanto reflexionan las profesoras entrevistadas en formas alternas de elegir la respuesta entre las opciones dadas?

4.3 Problemas de ENLACE 2009 y 2010

En esta sección se comentará muy brevemente la reflexión o razonamiento que pudo haber tenido la profesora en cada uno de los problemas elegidos de las diferentes pruebas ENLACE, ya que en la sección de resultados se tendrá que retomar este propósito, con el fin de analizar las respuestas y procedimientos de las profesoras.

En ambas pruebas ENLACE (2009 y 2010) hay que considerar, que se debe elegir la respuesta entre 4 opciones, lo cual facilita el hecho de hacer estimaciones, conjeturas, reflexiones sobre respuestas viables y no viables. Muchas veces no es necesario hacer el desarrollo completo, ya que algunas respuestas son obvias o se basan en alguna propiedad de las operaciones fundamentales y/o de las características de las figuras geométricas y los cuerpos geométricos, o la interpretación de situaciones de incertidumbre y análisis de la información. Otros problemas planteados por la prueba son conocimiento algebraico, de trigonometría y de geometría analítica, aunque en varios casos la solución se puede elegir discriminando soluciones no factibles.

Los problemas elegidos de la prueba ENLACE (2009, 2010) se clasifican según las características de su naturaleza y contexto según Poblete, Díaz (2003) y según el grupo de

competencia matemática en cuanto a las capacidades de reproducción, conexiones y de reflexión (PISA, 2006).

4.3.1 Problemas ENLACE 2009

Primero se reportan los problemas de la prueba ENLACE 2009, que fueron objeto de especial análisis en la prueba piloto. Los razonamientos o reflexiones son rápidos y la solución se puede encontrar sin hacer muchos cálculos, y sin saber valores de las funciones trigonométricas.

Problema 1:

43. Una tortillería tiene tres máquinas para completar un pedido. El tortillero sabe que la primera máquina tarda un día en completar el pedido, la segunda tarda 36 horas y la tercera 3 días. Si las tres máquinas trabajan simultáneamente para el pedido, ¿cuántas horas tardarán en hacerlo?
- A) 12
B) 36
C) 72
D) 132

Clasificación del problema:

Según Poblete y Díaz(2003) este problema corresponde a la competencia tipo 3, problema no rutinario, que incluye la decodificación de la situación. El contexto de la situación es realista y susceptible a producirse realmente.

Según PISA (2006) se cataloga en el grupo de capacidades de reflexión, debido a que es posible resolver este problema a través de la reflexión y la intuición, dando al problema un enfoque matemático original.

Reflexión, intuición o razonamiento:

Si la máquina que realiza el trabajo en el menor tiempo, lo hace en 24 horas, varias máquinas juntas no pueden tardar más tiempo que 24 horas. El tiempo tiene que ser menor a 24 horas.

Solución: 12 horas

Problema 2:

28. En un laboratorio de química tienen frascos con los siguientes elementos: $\frac{83}{97}$ g de sodio, $\frac{5}{7}$ g de magnesio, $\frac{2}{5}$ g de yodo y $\frac{15}{31}$ g de potasio.

¿Cuál de los frascos contiene la menor cantidad de gramos?

- A) **Potasio**
- B) **Sodio**
- C) **Magnesio**
- D) **Yodo**

Clasificación del problema:

Podría considerarse un problema realista, aunque pareciera que la comparación fracciones, que es la intención, se insertó en forma ficticia en una situación. El problema no es rutinario, dado que el alumno no conoce un procedimiento previamente establecido. (Poblete y Díaz; 2003).

Según PISA, el problema entraría dentro del grupo de competencia de conexiones, ya que se trata de una traducción e interpretación estándar del problema. Puede haber métodos múltiples de resolución claramente definidos.

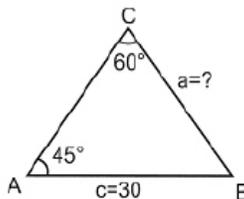
Se puede resolver por comparación mecánica de las fracciones, buscando la fracción más pequeña o se puede hacer un análisis de estimación con relación a $\frac{1}{2}$ gramo.

Reflexión o razonamiento:

Se pide la menor cantidad en gramos. Menor a $\frac{1}{2}$ gramo, sólo es el $\frac{15}{31}$ y el $\frac{2}{5}$. El $\frac{15}{31}$ es muy cercano al $\frac{1}{2}$. La respuesta es yodo.

Problema 3:

131. Analice la siguiente figura.



¿Cuál es el valor del lado a?

- A) 24.5
- B) 30.6
- C) 35.1
- D) 36.7

Clasificación del problema:

La clasificación según del problema tanto para Poblete, Díaz (2003) como para PISA (2006) es de naturaleza rutinaria. El contexto en el que se desarrolla es puramente matemático (Poblete y Díaz; 2003), requiere de cálculos rutinarios y procedimientos rutinarios, que son largos y tediosos, que exigen del alumno valores de $\text{sen}45^\circ$ y $\text{sen}60^\circ$, ya sea de manera memorística o de deducción.

Por lo tanto, el problema se clasifica en la tabla de PISA el grupo de capacidades de reproducción.

Cabe mencionar que el problema también es resoluble a través de las propiedades de los triángulos, a lado opuesto más chico, ángulo más pequeño. Considerando esta forma de resolución podría clasificarse en el grupo de capacidades de reflexión, lo cual permite una solución a la problemática rápida y eficiente.

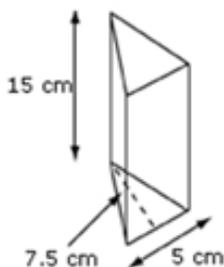
En este problema queda evidente que las habilidades cognitivas de las propiedades de los triángulos permite al alumno concluir directamente sobre la solución.

Reflexión o razonamiento:

En un triángulo el lado que corresponde a un ángulo opuesto menor es menor que el que tenga un ángulo opuesto mayor. La única respuesta menor a 30 es el 24.5, por lo tanto la respuesta es 24.5.

Problema 4:

111. Observe la siguiente figura.



¿Cuál es el volumen, en centímetros cúbicos, del prisma mostrado?

- A) 160.67
- B) 187.50
- C) 281.25
- D) 562.50

Clasificación del problema:

Considerando la clasificación de Poblete y Díaz (2003) y PISA (2006) el problema es rutinario y puramente matemático, pide el cálculo de un volumen de un cuerpo geométrico estándar.

Se puede resolver el problema haciendo los cálculos correspondientes al área de la base (triángulo) multiplicado por la altura (15cm). Las multiplicaciones son rutinarias, pero largas, ya que también hay que hacer una división, requieren de tiempo, el cual está limitado en la prueba ENLACE.

Hay dos alternativas de elección de la respuesta correcta, a) haciendo una estimación; b) observando las terminaciones de las multiplicaciones y la división.

En ese momento el problema puede clasificarse en el grupo de capacidades conexiones (PISA, 2006) dado que se utilizan en las dos alternativas métodos múltiples, de propiedades de estimación y operaciones fundamentales.

Reflexión o razonamiento:

- 1) La estimación: La operación a realizarse es: $(5 \times 7.5) / 2 \times 15$
 $15 \times 5 = 75$; $7.5 / 2 = 3.75$
 Estimación: $70 \times 4 = 280$
 Elección: 281.25
 Existen varios caminos de estimación, los cuales son igualmente válidos.
- 2) Multiplicar 5 por 15 es un número entero impar, multiplicar por 7.5 da como resultado un número decimal con 5 décimos. Si este número decimal lo divido entre dos, el número tiene dos decimales, 2 décimos y 5 centésimos. El resultado es 281.25.

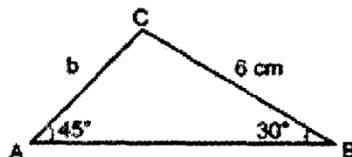
4.3.2 Problemas ENLACE 2010

Los problemas elegidos para las entrevistas de la prueba ENLACE 2010, son los siguientes, también en ellos se comentará muy brevemente la reflexión o razonamiento rápido y efectivo que hubieran podido realizar las profesoras, para no tener que realizar largos procedimientos.

En el análisis de las entrevistas a profesoras, se consideraron varias categorías, según el avance que lograron las profesoras en sus resoluciones y reflexiones. Éstas pueden variar con respecto al problema a resolver. Vienen mencionadas después de la reflexión o razonamiento en cada problema.

Problema 1:

131. De acuerdo con las medidas del siguiente triángulo, ¿cuántos centímetros mide el lado b?



- A) $3\sqrt{2}$
- B) $3\sqrt{6}$
- C) $6\sqrt{2}$
- D) $6\sqrt{6}$

Clasificación del problema:

Problema rutinario y puramente matemático (Poblete y Díaz; 2003). Según PISA (2006) el problema se clasifica en el grupo de competencia de reproducción.

Cuando el problema se ve como rutinario y puramente matemático, la solución requiere de mucho tiempo, del cual no disponen las alumnas, dado que hay que saber, ya sea de memoria los valores del $\sin 45^\circ$ y $\sin 30^\circ$, o reproducirlos a través de triángulos característicos.

Una forma de solución más rápida, que en relación al problema de la prueba ENLACE 2009, es que en este caso hay que hacer una estimación de los valores de las raíces. La propiedad de que a mayor ángulo opuesto mayor longitud de lado, también es parte de la solución de este problema.

Reflexión o razonamiento:

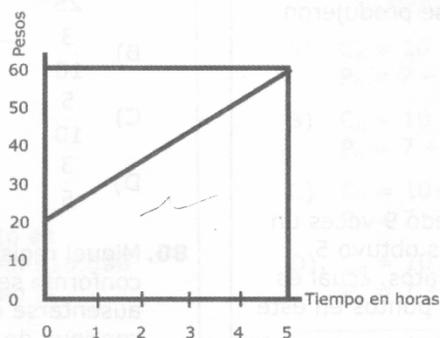
Este problema es similar al problema 3 de la prueba ENLACE 2009, el lado b tiene que ser menor a 6 cm, ya que su ángulo opuesto es menor que el ángulo opuesto al lado que mide 6cm. El único valor menor a 6 es la opción A).

Categorización de las habilidades:

- 0) No puede hacer el primer planteamiento de la problemática.
- 1) Planteamiento del problema, mediante la ley de senos.
- 2) Cálculo de los valores de $\text{sen}45^\circ$ y $\text{sen}30^\circ$.
- 3) Simplificación y racionalización del resultado para la comparación con las opciones presentadas y selección de la opción.
- 4) Análisis directo, constatando que el valor de b debe ser menor que 6 y que el único valor menor que 6 es la opción a).

Problema 2:

- 74.** La siguiente gráfica relaciona el precio a pagar en pesos por el número de horas en un estacionamiento público.



¿Cuál es el pago, en pesos, que se debe efectuar por haber dejado el carro en el estacionamiento 3 horas 15 minutos?

- A) 20
- B) 40
- C) 46
- D) 50

Clasificación del problema:

El problema no es rutinario, y aunque se quiso envolver en un contexto real (Poblete y Díaz; 2003), no se logró, ya que los estacionamientos no funcionan de esa manera. Esta condición crea en el alumno contradicciones, ya que no lo puede relacionar con la realidad. Dada esta situación, el problema se tendría que clasificar como fantasista, fruto de la imaginación, sin fundamento en la realidad.

El problema pertenece al grupo de capacidades de conexiones (PISA, 2006), requiere de una construcción de un modelo (no real).

La forma mecánica de resolver el problema es el planteamiento de la ecuación del pago al estacionamiento, a través del cálculo de la pendiente de la recta y su intersección con el eje de pesos. $P = 8t + 20$, con la subsiguiente sustitución del tiempo (3horas 15

minutos).

Este problema también permite clasificarlo en el grupo de conexiones, métodos múltiples de solución, dado que se puede realizar un enfoque más original, trazando una recta vertical y una horizontal para hacer una estimación del pago.

Reflexión o razonamiento:

Colocando un papel o una regla verticalmente en 3.25 horas, y luego trazando una línea horizontal se puede ver que ésta intersecta el eje del precio en pesos entre 40 y 50, por lo tanto el resultado es 46.

Categorización de las habilidades:

- 0) No puede hacer el primer planteamiento de la problemática.
- 1) Reconocimiento de valores característicos de la recta.
- 2) Determinación de la ecuación de la recta
- 3) Sustitución del tiempo deseado, con la conversión correcta del tiempo de horas y minutos en horas con decimal.
- 4) Análisis de la gráfica, por medio de inspección con líneas verticales y horizontales.

Problema 3:

118. En una escuela se proyecta la construcción de una base con una placa conmemorativa en la cara frontal, como se observa en la figura.



¿Cuál es el área de la placa?

- A) 10,800 cm²
- B) 11,400 cm²
- C) 12,000 cm²
- D) 13,200 cm²

Clasificación del problema:

Respecto a la naturaleza y contexto, el problema, se clasificaría en no rutinario y realista, ya que se trata de simular una realidad, a través de la forma en que se presenta el problema (Poblete y Díaz; 2003). La clasificación de las capacidades involucradas, sería en el grupo de reproducción (PISA, 2006), ya que los cálculos y procedimientos son rutinarios, se refieren al cálculo de áreas de dos figuras geométricas convencionales, y que en el problema están obviamente señaladas.

El problema adquiere un matiz de capacidades del grupo de conexiones, cuando el alumno hace una estimación del área o analiza propiedades de las multiplicaciones.

Reflexión o razonamiento:

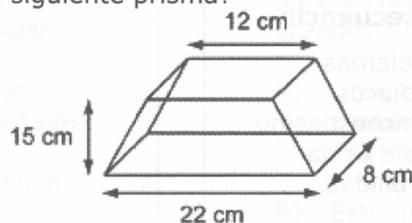
En esta situación, la problemática principal era interpretar la cara como la composición de dos figuras geométricas, el rectángulo y el triángulo. En el triángulo no se debía olvidar la división entre dos. $60 \times 80 = 10\ 800$ y $30 \times 80/2 = 30 \times 40 = 1\ 200$, la suma es $12\ 000\text{ cm}^2$.

Categorización de las habilidades:

- 0) No puede hacer el primer planteamiento de la problemática.
- 1) Interpretación de la superficie que abarca la cara
- 2) Descomposición en dos figuras geométricas, un rectángulo y un triángulo
- 3) Cálculo de las áreas de las figuras, sin olvidar dividir entre 2 la base por la altura del triángulo.
- 4) Suma de las dos áreas.

Problema 4:

111. ¿Cuál es el volumen en cm^3 del siguiente prisma?



- A) 2040
- B) 2064
- C) 2400
- D) 2640

Clasificación del problema:

Se le da a este problema la clasificación de su naturaleza como no rutinaria (Poblete y Díaz; 2003), porque se considera que el alumno no conoce una respuesta ni un procedimiento previamente establecido o rutina para encontrarla. Esto se debe a que en la forma en que está presentado el cuerpo geométrico, los cálculos correspondientes para sacar el volumen, serían complicados. Se requiere que el alumno busque una alternativa de cálculo del volumen más sencilla, la cual consiste en girar el cuerpo geométrico, para dejar como base del prisma el trapecio, cuya área es fácil de calcular.

Así mismo tiene una connotación puramente matemática, no se envuelve en un contexto de la realidad.

En cuanto a los grupos de capacidades (PISA, 2006), se clasificaría dentro del grupo de conexiones, por la traducción e interpretación (giro) del cuerpo geométrico.

Cabe mencionar que si se aborda el problema en la posición que se encuentra en el planteamiento, la solución es tediosa y muy susceptible a error.

Reflexión o razonamiento:

Para un cálculo más rápido y sencillo, se tiene que girar el prisma, para que la base del prisma sea el trapecio. $(22 + 12)/2 \times 15$ es el área de la base, multiplicado por 8 es el volumen del prisma. $8 \times 15 = 120$ y 120×17 , tiene terminación 40, pero tiene que ser menor a 2 400 (120×20). Respuesta correcta A) 2 040.

Categorización de las habilidades:

- 0) No puede hacer el primer planteamiento de la problemática.
- 1) Análisis rápido de la complejidad si se calcula directamente
- 2) Interpretación del prisma haciendo un giro, para que la base del prisma sea el trapecio. Conocimiento del área de un trapecio
- 3) Cálculo del volumen del prisma
- 4) Cálculo rápido por terminaciones de las multiplicaciones.

Capítulo 5

Resultados y Discusión

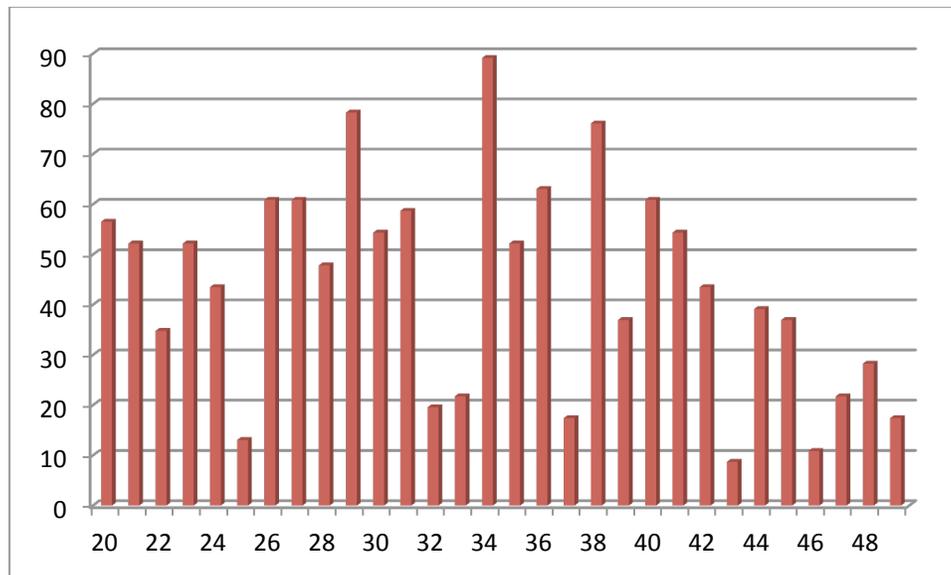
Capítulo 5: Resultados y Discusión

5.1 Resultados de las alumnas en la prueba ENLACE 2009

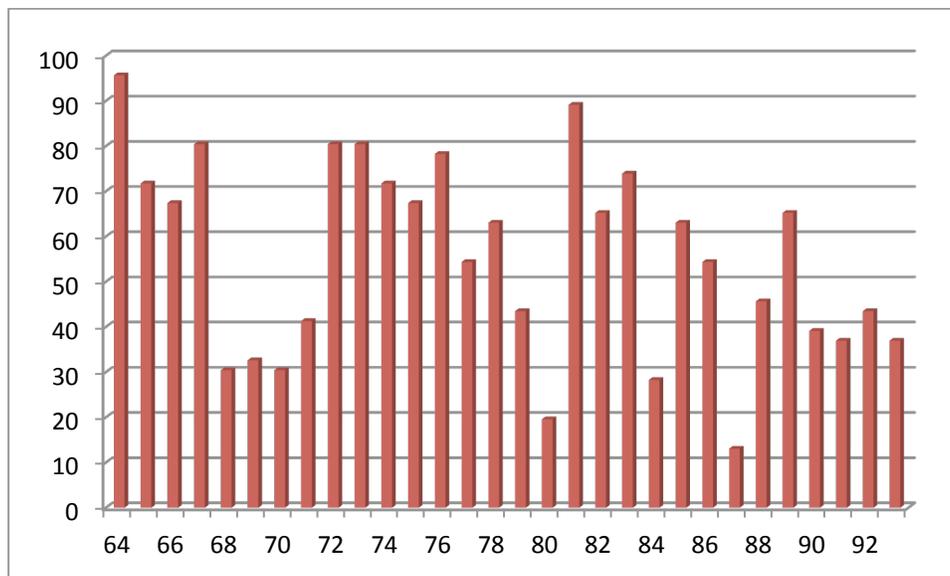
Como primera parte se analizarán los hallazgos en la prueba piloto, para fundamentar la necesidad de la investigación posterior.

La prueba ENLACE está dividida en tres partes, para poder analizarla mejor, se dejaron las partes separadas.

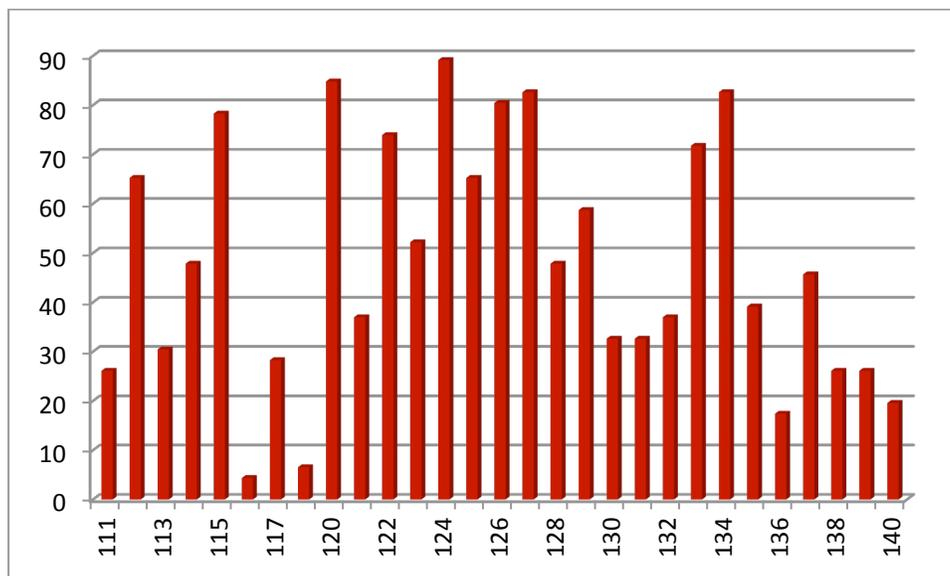
A continuación, se muestra la estadística de acierto de las alumnas en la prueba 2009, del problema 20-49, del 64-93 y del 111-140 de la misma prueba. Se usó el mismo número de problema de la prueba ENLACE, para que el lector se pueda ubicar fácilmente.



Gráfica. 1 Porcentaje de acierto del problema 20-49 de la prueba ENLACE 2009



Gráfica. 2 Porcentaje de acierto del problema 64-93 de la prueba ENLACE 2009



Gráfica. 3 Porcentaje de acierto del problema 111-140 de la prueba ENLACE 2009

De los tres bloques son de especial interés los problemas abajo mencionados con sus porcentajes de acierto y sus temas correspondientes; ya que éstos son los problemas que se les presentaron a las profesoras en la prueba piloto. En especial se analizó la competencia de las profesoras en 4 problemas, que se marcarán en negritas en la siguiente tabla.

Problema	Porcentaje de acierto	Tema
22	35%	Multiplicación de un número mixto por una fracción y un entero
24	43%	División de un número mixto entre una fracción
25	13%	Conversión de grados expresados en decimales, a grados y minutos
28	48%	Comparación de fracciones
32	20%	Comparación de precio-beneficio
33	22%	Cálculo de distancia, teniendo velocidad y tiempo, con conversión
37	17%	Diagonal de un cuadrado
43	9%	Trabajo de varias máquinas juntas
46	11%	Interpretación de las características de una elipse a partir de la ecuación
111	26%	Volumen de un prisma triangular
116	4%	Perímetro de una figura compuesta de rectángulos y semicírculos
119	7%	Reflexión de una figura en el plano con respecto al eje “x”
131	33%	Ley de senos
132	37%	Ecuación de una circunferencia
135	39%	Distancia entre dos puntos en el plano cartesiano
138	26%	Longitud de una rampa conociendo ángulo de inclinación

5.2 Prueba piloto

Se citaron a las profesoras de Secundaria y Preparatoria del área de Matemáticas a un análisis de los resultados obtenidos en la prueba enlace 2009 de Preparatoria (octubre 2009). Asistieron a este análisis 9 profesoras.

En ella, se mostraron las estadísticas por problema y tema sobre el desempeño de las alumnas y posteriormente se analizaron a fondo 16 de los reactivos de la prueba. Dada la gran cantidad de problemas (90, en el área de matemáticas y 16 en el análisis) se escogieron 4 problemas en los cuales juegan un papel importante las competencias adquiridas por las alumnas en el sentido de una reflexión sobre posibles resultados. Las alumnas no disponen de mucho tiempo para cada pregunta, alrededor de dos minutos, para resolver cada problema planteado. Por lo tanto la reflexión sobre posibles resultados resulta indispensable, ya que resolver minuciosamente algunos de los problemas llevaría más tiempo del que se dispone. Si se atrasan al resolver una de ellas, probablemente ya no

alcanzarán a resolver otras. ¿Cómo puede adquirir una alumna la capacidad o habilidad de reflexión, el análisis de posibles soluciones a los ejercicios o de descartar respuestas imposibles? La habilidad o competencia de reflexión tiene que practicarse en el salón de clase a través de materias como matemáticas. Es esencial entonces, que las mismas profesoras tengan la capacidad y habilidad de análisis de las posibles respuestas de las problemáticas planteadas.

Pregunta 1:

¿Tienen las profesoras habilidad y competencias matemáticas para reflexionar una problemática, sin tener que hacer operaciones o planteamientos?

Pregunta 2:

¿Qué tan flexibles son en sus operaciones?

Para tener una mejor visión de las habilidades y competencias de las profesoras, se copiaron los cuatro problemas de la prueba ENLACE 2009 exactamente en la forma en que se plantearon, con las figuras de apoyo que se les brindan a las alumnas. En cada uno de los problemas se hará un breve análisis de las reflexiones que se pudieron haber hecho por las profesoras y se comentarán los procesos y las dificultades que ellas presentaron. Esta prueba piloto se realizó únicamente con profesoras internas a la escuela, pero la investigación posterior se llevó a cabo con profesores de varias escuelas de la zona metropolitana de Guadalajara.

Dado que en la prueba no se utiliza calculadora, muchas veces hacer cálculos es tedioso para las alumnas y prefieren adivinar una respuesta. Para evitar la adivinanza, se sugiere precisamente crear en las alumnas la capacidad de reflexión. Debe ser obvio que la reflexión puede estar basada en ya sea experiencia de vida o en comprensión más profunda de operaciones, de trigonometría o manejo de fracciones (se mencionan éstas opciones, ya que los problemas elegidos se basan en estos temas).

Problema # 43:

43. Una tortillería tiene tres máquinas para completar un pedido. El tortillero sabe que la primera máquina tarda un día en completar el pedido, la segunda tarda 36 horas y la tercera 3 días. Si las tres máquinas trabajan simultáneamente para el pedido, ¿cuántas horas tardarán en hacerlo?
- A) 12
B) 36
C) 72
D) 132

Se esperaba que las profesoras pudieran resolver la problemática por cualquiera de dos caminos. A) Resolución aritmética o algebraica (hay dos caminos diferentes); B) por inspección de las respuestas proporcionadas.

A) Resolución aritmética o algebraica:

a) La primera máquina realiza en una hora $1/24$ partes del pedido

La segunda máquina realiza en una hora $1/36$ partes del pedido

La tercera máquina realiza en una hora $1/72$ partes del pedido

Juntas realizarían en una hora, $\frac{1}{24} + \frac{1}{36} + \frac{1}{72} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12}$ partes del pedido

Por lo tanto requieren de 12 horas para completar el pedido.

b) Se puede plantear la ecuación: $\frac{x}{24} + \frac{x}{36} + \frac{x}{72} = 1$;

$\frac{6x}{72} = 1$; por lo tanto x , que es el tiempo en horas para completar el pedido

es $x = 12$ horas.

Parece obvio que tanto la forma a) como la forma b) son formas largas para la resolución de esta problemática, y requiere de competencias de planteamiento de ecuaciones, que a veces las alumnas no son capaces de realizar. Menos con presión de tiempo.

B) La forma más sencilla para resolver esta problemática es el análisis de las opciones para resultado que se proporcionan.

Si una máquina realiza sola el trabajo en 24 horas, y se pretende dejar trabajar a las 3 máquinas simultáneamente, por experiencia en la vida con situaciones reales, se tendrá que concluir, que el resultado debe ser menor a 24 horas. Como la única solución que es menor que 24 horas es la opción de 12 horas, ésta es la más viable. Las otras opciones muestran cantidades de horas, para completar el trabajo, mayores a 24 horas. ¿Entonces qué sentido tendría dejar trabajar varias máquinas al mismo tiempo?

Resultados de la observación de profesoras:

Las profesoras no pudieron resolver este problema en un tiempo razonable, ni por el método aritmético o algebraico, ni por inspección. Sólo hubo una profesora, que después de un largo tiempo y con insistencia de que analizaran las opciones de los resultados fue capaz de seleccionar la respuesta correcta.

¿Cómo queremos que las alumnas tengan habilidades y competencias de reflexión y análisis, si las profesoras que imparten las clases no la tienen?

Problema # 28:

28. En un laboratorio de química tienen frascos con los siguientes elementos: $\frac{83}{97}$ g de sodio, $\frac{5}{7}$ g de magnesio, $\frac{2}{5}$ g de yodo y $\frac{15}{31}$ g de potasio.
- ¿Cuál de los frascos contiene la menor cantidad de gramos?
- A) Potasio
 - B) Sodio
 - C) Magnesio
 - D) Yodo

Resultados de la observación de profesoras:

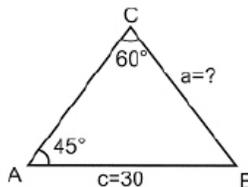
La mayoría de las profesoras hizo comparaciones siempre entre dos fracciones, para determinar cuál es la menor, por el sistema de productos cruzados (un método mecanizado). Llegaron a la respuesta correcta, pero ninguna de ellas analizó las fracciones con respecto a cuáles eran mayores y cuáles menores a digamos $\frac{1}{2}$. Dado que se busca la fracción de gramos menor, sólo dos fracciones son menores a $\frac{1}{2}$: $\frac{2}{5}$ y $\frac{15}{31}$. Analizando las dos fracciones se debe uno dar cuenta, que $\frac{2}{5}$ es más pequeño que $\frac{15}{31}$, dado que la última fracción es muy cercana al $\frac{1}{2}$.

Si las alumnas aprenden mediante mecanización de procedimientos, se les corta la iniciativa de reflexión y de flexibilidad en el acercamiento de la solución de un problema.

¿Cómo pueden las alumnas adquirir flexibilidad en las operaciones y criterio de análisis, si las profesoras, aunque resuelvan bien el problema, lo hacen mecánicamente?

Problema # 131:

131. Analice la siguiente figura.



¿Cuál es el valor del lado a?

- A) 24.5
- B) 30.6
- C) 35.1
- D) 36.7

El problema presentado arriba, es de ley de senos, la problemática radica en que no se puede usar la calculadora y hay que conocer o deducir los valores del $\text{sen}45^\circ$ y $\text{sen}60^\circ$.

A) Planteamiento: $\frac{a}{\text{sen}45^\circ} = \frac{c}{\text{sen}60^\circ}$

$$a = \frac{c \text{ sen}45^\circ}{\text{sen}60^\circ}$$

Llegando a esta parte, se puede resolver de dos formas:

- a) Conocer o deducir el valor de $\text{sen}45^\circ$ y $\text{sen}60^\circ$.
- b) Dado que el $\text{sen}45^\circ$ es un valor menor que $\text{sen}60^\circ$, el resultado debe ser menor a 30 cm.

Esta última forma de resolución da oportunidad de elegir entre las respuestas, ya que sólo hay una respuesta menor a 30.

- B) Una manera de descartar opciones de las respuestas posibles sería el análisis de la figura. Dado que el ángulo opuesto a “c” es mayor que el ángulo opuesto a “a”, el lado a debe ser menor que el lado “c”. La única opción que muestra un valor menor que 30 es el 24.5.

Resultados de la observación de profesoras:

Las profesoras en el análisis, plantearon el problema por medio de la ley de senos. Varias tuvieron problemas en la determinación de los valores exactos del $\text{sen}45^\circ$ y $\text{sen}60^\circ$. Sólo tres profesoras pudieron determinar el valor de “a” correctamente.

Si a las profesoras les pareció difícil (aunque varias sí lograron deducir los valores numéricos del $\text{sen}45^\circ$ y $\text{sen}60^\circ$), y les llevó mucho tiempo, del cual en realidad no disponían; ¿cómo pueden nuestras alumnas resolverlo rápidamente, si las profesoras no utilizan competencias matemáticas, como en el inciso b)?

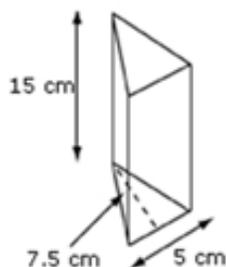
Si las profesoras tienen poca habilidad para transferir conocimientos matemáticos, ¿cómo pueden las alumnas adquirirlas?

Problema # 111:

El problema planteado en la prueba ENLACE 2009, que a continuación se muestra, es el volumen de un cuerpo geométrico. Se calcula mediante la multiplicación del área de la base por la altura. El área de la base es un triángulo, cuya área se calcula multiplicando base por altura entre dos.

Calcular las operaciones correspondientes: $\frac{5 \times 7.5}{2} \times 15$ es un procedimiento largo, una habilidad sería analizar las respuestas con respecto a sus terminaciones, cambiando el orden en el que se realice la operación. $\frac{7.5 \times 15}{2} \times 5$ en esta operación se ve claramente, que si se multiplica 7.5×7.5 , se obtiene una terminación 0.25, que no se modificará en la multiplicación por el 5.

111. Observe la siguiente figura.



¿Cuál es el volumen, en centímetros cúbicos, del prisma mostrado?

- A) 160.67
- B) 187.50
- C) 281.25
- D) 562.50

Resultados de la observación de profesoras:

Casi todas las profesoras llegaron a la respuesta correcta realizando todas las operaciones de multiplicación y división, hubo dos maestras que olvidaron la división entre dos, pero como este resultado también estaba como una de las opciones, optaron por el 562.50. Tardaron el tiempo que se utiliza para hacer las operaciones por medio de los algoritmos, lo cual es mucho y reduciría el tiempo para la resolución de otros ejercicios.

La flexibilidad y la estimación, el análisis de las terminaciones en las multiplicaciones, son habilidades y competencias que llegan más allá de las operaciones realizadas en forma mecánica a través de un algoritmo. ¿Pueden tener las alumnas estas habilidades si las profesoras no las fomentan en ellas?

5.3 Consecuencias para la investigación

Al realizar el análisis de los 16 problemas planteados por la prueba ENLACE 2009, y específicamente las formas de resolución de las profesoras de los problemas, 43, 28, 131 y 111, se vio la necesidad de estudiar a profundidad las habilidades de las profesoras, para obtener una visión más clara de las competencias de las profesoras y determinar prioridades en el desarrollo y capacitación de las mismas. También se pensó en la posibilidad de

entrevistar a profesoras de otros planteles, para comparación. De estas reflexiones se deriva la investigación principal, que consta de la entrevista de varias profesoras de diferentes planteles, así como de algunas del mismo plantel.

5.4 Prueba ENLACE 2010.

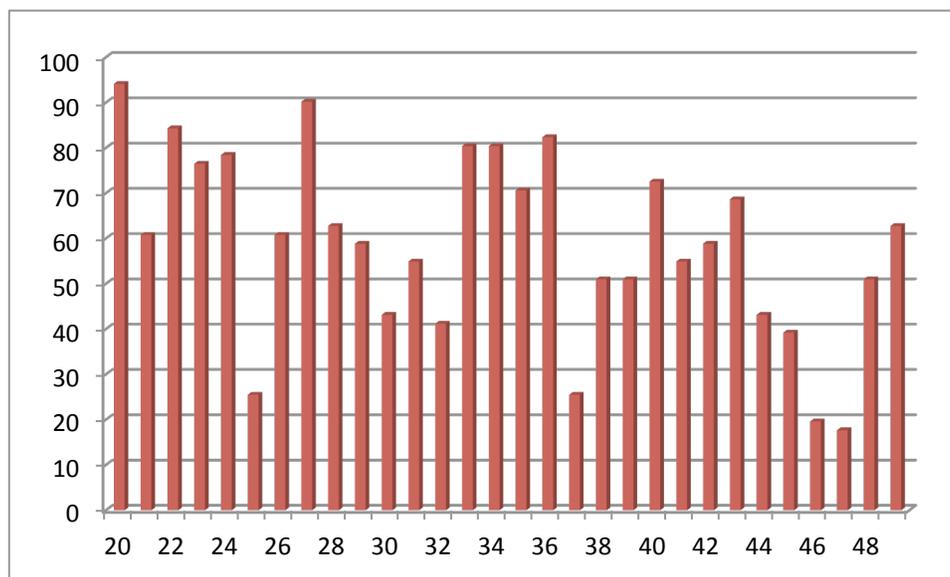
Base principal de la presente investigación está basada en la prueba ENLACE 2010. Por un lado se analizaron los resultados obtenidos por las alumnas, y por otro lado, se entrevistaron a las 7 profesoras ya antes mencionadas.

5.5 Resultados de las alumnas en la prueba ENLACE 2010

Los porcentajes de acierto por problema se sacaron de los resultados oficiales de la prueba ENLACE 2010, los cuales se encuentran en la página de ENLACE.

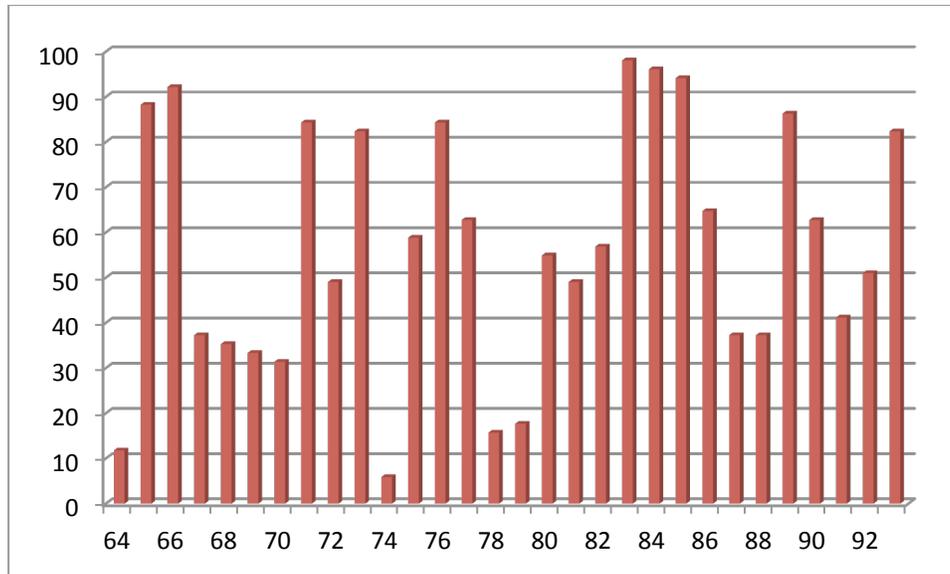
También en esta ocasión la prueba está dividida en tres partes: del problema 20 – 49, del 64 – 93 y del 111 – 140. Para mejor visibilidad se reportan los porcentajes de acierto de las alumnas en tres bloques.

La prueba completa la realizaron 51 alumnas del último año de la preparatoria, que son alumnas de la institución.

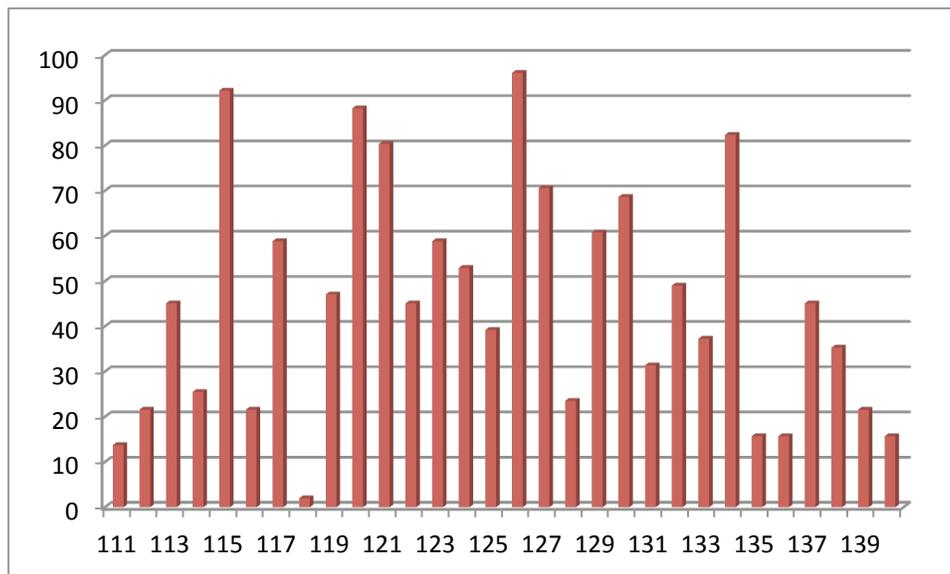


Gráfica. 4 Porcentaje de acierto del problema 20 - 49 de la prueba ENLACE 2010

Si se analizan los porcentajes, se nota que hay problemas con menos de 30% de acierto. Uno de los problemas elegidos es el # 74, que tiene un 6 % de acierto por parte de las alumnas.



Gráfica. 5 Porcentaje de acierto del problema 64 - 93 de la prueba ENLACE 2010



Gráfica. 6 Porcentaje de acierto del problema 111 - 140 de la prueba ENLACE 2010

Los otros problemas que se eligieron para la entrevista, son el # 111 con un 14% de acierto, el # 118 con un 2% de acierto y el # 131 con un 31% de acierto.

5.6 Entrevistas a profesores:

Se entrevistaron a 7 profesoras, 3 del Centro Escolar Los Altos y 4 de diferentes escuelas del área metropolitana, todas ellas, profesoras en el área de matemáticas en distintos años escolares, desde 1° de Secundaria hasta el último año de la Preparatoria.

A las profesoras se les entregaron al principio de la entrevista los 4 problemas de la prueba ENLACE 2010 elegidos (tal como aparecen en la prueba ENLACE con las opciones de respuesta), se les comentó, que iban a ser filmadas, con la intención de poder hacer el análisis posteriormente, sin perder detalles. Tuvieron a su disposición un pizarrón para realizar las operaciones necesarias para resolver los problemas. También se les comentó, a las profesoras que trabajan en el Centro Escolar Los Altos, para su tranquilidad, que su puesto de trabajo no se vería afectado por los resultados de la entrevista.

Aunque una parte importante en la prueba ENLACE es el tiempo, se decidió, que se dejaría a las profesoras el tiempo necesario para la resolución de los problemas (sin presionarlas), aunque a ellas, desde el principio se les comentó, que eran problemas de la prueba ENLACE 2010.

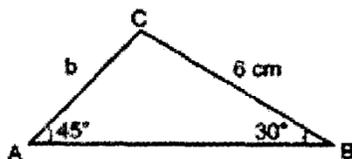
En las tablas que siguen los comentarios sobre cada problema de la prueba ENLACE se hace un resumen con una transcripción de comentarios y realizaciones escritas en el pizarrón, en la secuencia que siguió cada profesora.

Posteriormente se sacan algunas conclusiones respecto a tiempo de resolución, y formas de razonar y resolver el problema, así como conocimientos del tema respectivo y formas en que se abordó el problema.

Problema # 131:

El problema 131 es análogo al problema 131 de la prueba ENLACE 2009.

- 131.** De acuerdo con las medidas del siguiente triángulo, ¿cuántos centímetros mide el lado b?

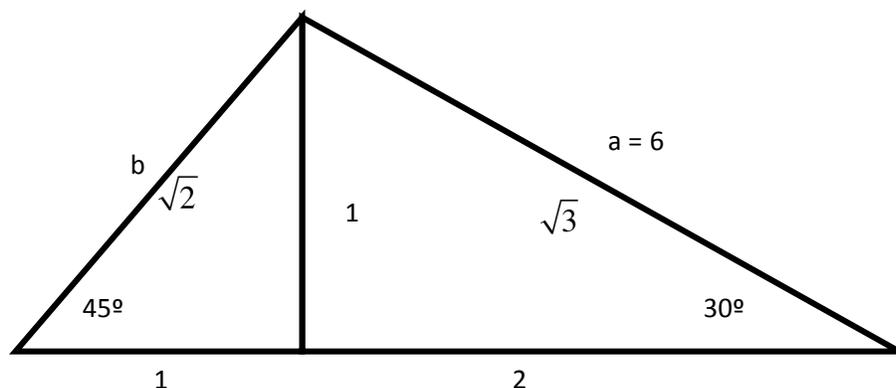


- A) $3\sqrt{2}$
 B) $3\sqrt{6}$
 C) $6\sqrt{2}$
 D) $6\sqrt{6}$

Categorización de las habilidades y competencias:

- 0) No poder hacer el primer planteamiento de la problemática.
- 1) Planteamiento del problema, mediante la ley de senos.
- 2) Cálculo de los valores de $\text{sen}45^\circ$ y $\text{sen}30^\circ$.
- 3) Simplificación y racionalización del resultado para la comparación con las opciones presentadas y selección de la opción.
- 4) Análisis directo, constatando que el valor de b debe ser menor que 6 y que el único valor menor que 6 es la opción a).

Profesora 1	<p>Lee el problema, habla de hipotenusa, pero duda. Calcula el tercer ángulo del triángulo (105°).</p> <p>Deja a un lado el problema y decide primero resolver otros problemas.</p> <p>Posteriormente retoma el problema:</p> <p>Busca aplicar el teorema de Pitágoras en los dos triángulos, como muestra la figura:</p>
-------------	---



Reconoce acertadamente, que el triángulo se puede separar en dos triángulos rectángulos, uno isósceles con ángulos de 45° en la base y otro como la mitad de un triángulo equilátero. Comete el error de nombrar los lados del triángulo rectángulo de la derecha con magnitudes equivocadas, ya que la altura del triángulo es la que debió haber sido $\sqrt{3}$, y el lado (equivalente al lado a) 2.

Posteriormente hace un análisis de proporciones muy interesante.

$$\sqrt{3} \rightarrow 6 \text{ como}$$

$$\sqrt{2} \rightarrow x$$

Obtiene la ecuación:

$$6\sqrt{2} = \sqrt{3}x$$

Despeja para x:

$$x = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Se da cuenta que su respuesta no se encuentra en la hoja de respuestas de la prueba, y desiste, comentando que se tiene que racionalizar el resultado.

Tiempo: 4:15 min

CONCLUSIONES:

Primero decide no resolver el problema, probablemente por inseguridad. La manera en que se acerca a la problemática en su segundo intento, es muy interesante, aunque haya cometido un error. Es posible que este error se haya generado por el nerviosismo, ya que se ve que sabía las relaciones de los triángulos en cuestión.

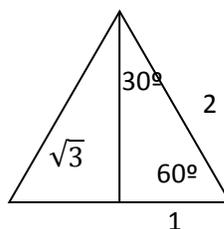
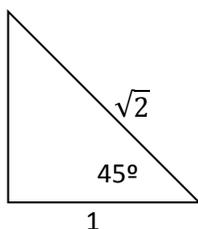
No llega a la solución correcta, pero muestra conocimientos y habilidades de reflexión y formas alternativas de resolución.

Habilidad 2, con cierto error.

Comenta que debe aplicar la ley de senos.

$$\frac{\text{sen } 30^\circ}{b} = \frac{\text{sen } 45^\circ}{6}$$

Dibuja dos triángulos de referencia, un triángulo equilátero y un triángulo isósceles con ángulos de la base de 45° . Pone (es evidente que se los sabe de memoria) los datos apropiados para las magnitudes de los lados, que corresponden a los triángulos indicados.



Profesora 2

Sustituye directamente.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}b}$$

Despejando posteriormente la variable b:

$$b = \frac{\frac{1}{2} \cdot 6}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}(3)$$

Verifica su resultado y comenta que la respuesta correcta es a)

Tiempo: 3 min

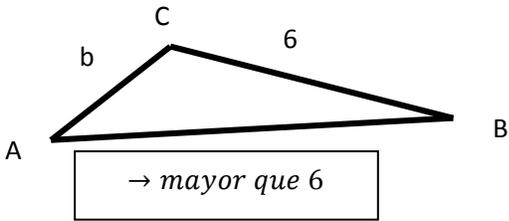
CONCLUSIONES:

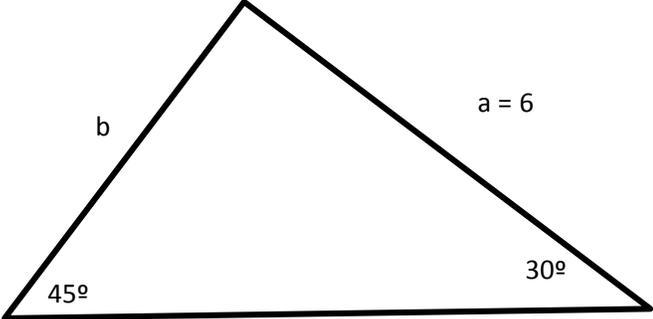
La profesora conoce la ley de senos y la aplica correctamente, llegando al resultado deseado.

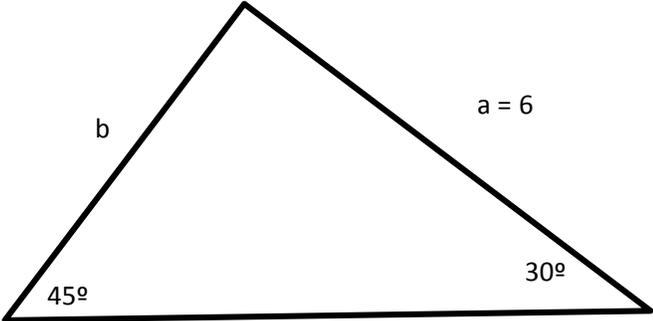
No muestra una reflexión en base al conocimiento de que a menor ángulo opuesto, menor la magnitud del lado.

El tiempo utilizado en esta pregunta es ligeramente mayor al estipulado.

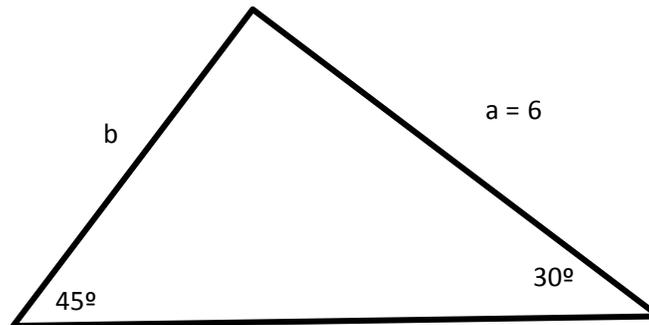
Habilidad 3

Profesora 3	<p>Lee el ejercicio en voz alta. Pienso en la regla del trazo de los triángulos. Es un triángulo con lados diferentes. Traza un triángulo como sigue, poniendo algunos de los datos:</p>  <p>b tiene que ser menor que 6. Por consiguiente descarto de las opciones con respecto a las raíces.</p> <p>a) $3\sqrt{2}$ (1.41) b) $3\sqrt{6}$ (2.6) c) $6\sqrt{2}$ es aproximadamente 9 (1.41) d) $6\sqrt{6}$ es aproximadamente 12 (2.6)</p> <p>Sus cálculos son mentales y con una aproximación a los valores de la raíz de 3 y 2. Descarta las opciones que son mayores a 6 y decide que el resultado es a)</p> <p>Tiempo: 2 min CONCLUSIONES: La maestra muestra una reflexión de transmisión de conocimientos, ya que describe la magnitud de los lados en relación al ángulo opuesto. Así su forma de resolución no es la ley de senos, sino la búsqueda de una respuesta u opción que tuviera un valor menor a 6. El tiempo utilizado para la resolución de esta pregunta está dentro de lo estipulado. Habilidad 4.</p>
Profesora 4	<p>Calcula el ángulo faltante: 105° Parafrasea la pregunta: ¿cuánto mide b? Comenta que a mayor lado, mayor ángulo (probablemente refiriéndose al ángulo opuesto al lado). NO utiliza esta observación en la búsqueda de la solución a este problema. Aplica la ley de senos:</p>  $\frac{6}{\text{sen } 45^\circ} = \frac{b}{\text{sen } 30^\circ}$

Profesora 4	$b = \frac{6 \operatorname{sen} 30^\circ}{\operatorname{sen} 45^\circ}$ $\operatorname{sen} 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ <p>Lo más probable es que sea la opción d) Sigue calculando el $\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{1}{2}$</p> $b = 6 \sqrt{2} \left(\frac{1}{2}\right) = 3\sqrt{2}$ <p>La respuesta correcta es a) Tiempo: 3 min CONCLUSIONES: Se ve que tiene conocimiento de las leyes en la resolución de triángulos escalenos, y aunque no utilizó una idea (mayor lado, mayor ángulo), puede intuirse, que hay razonamiento más allá de la aplicación de reglas matemáticas. El tiempo es razonable, aunque se tendría que apurar en otras preguntas de la prueba ENLACE. Habilidad 3, con mención de la habilidad 4, sin usarla para el resultado.</p>
Profesora 5	<p>Dibuja el triángulo con los datos correspondientes en el pizarrón.</p>  <p>Yo usaría la ley de senos.</p> $\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$ <p>Aplica la ley de senos a los datos correspondientes en la figura.</p> $\frac{6}{\operatorname{sen} 45^\circ} = \frac{b}{\operatorname{sen} 30^\circ}$ <p>Despeja la variable b:</p> $b = \frac{6 \operatorname{sen} 30^\circ}{\operatorname{sen} 45^\circ}$ <p>Necesito usar tablas o recuerdo mis datos del círculo unitario. Con las opciones yo diría: $\operatorname{sen} 45^\circ \rightarrow$ cateto adyacente / hipotenusa $\rightarrow \frac{6}{\sqrt{2}}$ borra...</p> <p>Observa las opciones y se decide por: $6\sqrt{2}$ Opción c) Tiempo: 5:30 min</p>

	<p>CONCLUSIONES: Reconoce que se trata de una ley de senos, y sabe la fórmula y la aplica correctamente. Tiene problemas con establecer los valores indicados de las relaciones trigonométricas. Comete un error en la apreciación de qué es el seno de un ángulo, ya que comenta: Cateto adyacente sobre hipotenusa. Como duda de los valores que ha calculado, o no ha podido calcular, se decide por la opción c, que es incorrecta. No hay transferencia de una reflexión acerca de la relación de los ángulos opuestos y la magnitud de los lados. El tiempo utilizado es mayor al que tendrían las alumnas para resolver la pregunta de la prueba ENLACE. Habilidad 1</p>
Profesora 6	<p>Hace un dibujo con las características del triángulo.</p>  <p>Comenta: No tengo la hipotenusa. $c^2 = ?$ Se trata de acordar de la fórmula, pero no la recuerda. $\text{sen } 30^\circ$ $\text{sen } 30^\circ \times 6$ Abandona el problema Tiempo: 3 min</p> <p>CONCLUSIONES: No encontró un camino de determinar el valor de b. La insistencia en que se tenía un triángulo rectángulo es grande, ya que busca el valor de la hipotenusa que es una expresión específica de un triángulo rectángulo. No encontró alternativas para decidir una respuesta de las opciones que trae la prueba ENLACE Habilidad 0.</p>

Traza un triángulo en el pizarrón con los datos del problema.



Tengo que buscar el otro ángulo.

Para comprobar, la suma de los ángulos en un triángulo es de 180°.

$$C = 105^\circ$$

Profesora 7

Me voy a ir por el lado de la ley de senos.

$$\frac{6}{45} = \frac{b}{30}$$

$$\frac{180}{45} = b$$

$$b = 4$$

¿Pero no hay la respuesta?

No es un triángulo rectángulo, no puede ser por teorema...

Tiempo: 8:18

CONCLUSIONES:

No llega a la respuesta correcta. No aplica correctamente la ley de senos, aunque la menciona. Al correlacionar los valores del seno de los ángulos y los lados, no utiliza las funciones trigonométricas, sino una relación simple de lados entre el valor del ángulo.

Al encontrar una respuesta que no aparece en las soluciones, sólo reflexiona un momento sobre si se pudiera resolver por el teorema... (Pitágoras).

El tiempo que aplica a la resolución de este problema es muy grande. Esto no le daría oportunidad de acabar con los problemas planteados por la prueba ENLACE.

Habilidad 0.

Conclusiones sobre habilidades y competencias del Problema 131

La siguiente tabla muestra una relación de las habilidades y competencias que mostraron las profesoras en el desarrollo del problema 131, además de los tiempos asignados para la resolución o el abandono de la problemática.

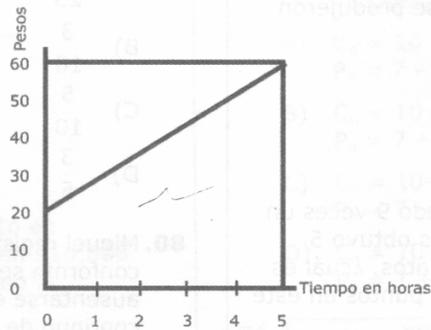
Profesora	1	2	3	4	5	6	7
Habilidad /competencia	2	3	4	3	1	0	0
Tiempo asignado(min)	4.25	3	2	3	5.5	3	8

Las habilidades y competencias de las profesoras son muy variadas, van desde el no poder resolver el problema (habilidad 0, de dos profesoras) hasta la resolución correcta de 2 profesoras por un método mecánico, aplicando la ley de senos y el cálculo correcto de los valores correspondientes. Sólo una profesora mostró competencias superiores a las demás, utilizando el criterio de: en un triángulo la magnitud de los lados depende del valor de los ángulos opuestos. A menor ángulo opuesto menor magnitud del lado.

Con respecto a los tiempo, independientemente de que la profesoras haya llegado o no a los resultados correctos, son muy grandes. Hay que recordar que las alumnas disponen de 2 minutos por problema.

Problema # 74:

74. La siguiente gráfica relaciona el precio a pagar en pesos por el número de horas en un estacionamiento público.



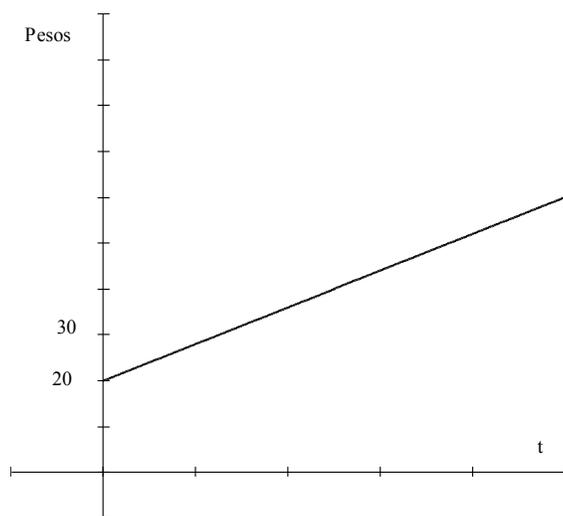
¿Cuál es el pago, en pesos, que se debe efectuar por haber dejado el carro en el estacionamiento 3 horas 15 minutos?

- A) 20
- B) 40
- C) 46
- D) 50

Habilidades y competencias esperadas:

- 0) No poder plantear la problemática
- 1) Reconocimiento de valores característicos de la recta.
- 2) Determinación de la ecuación de la recta
- 3) Sustitución del tiempo deseado, haciendo la transformación de horas y minutos a horas, en forma decimal
- 4) Análisis de la recta en forma vertical en el valor aproximado de 3.25 horas, para determinar el valor aproximado del costo del estacionamiento.

Traza una gráfica en el pizarrón, especificando únicamente la intersección de la recta con el eje de pesos.



0 horas \rightarrow 20\$

$$y = 10x + 20$$

La respuesta es d) 50 pesos

Borra todo.

Escribe: 3 hrs 15 min

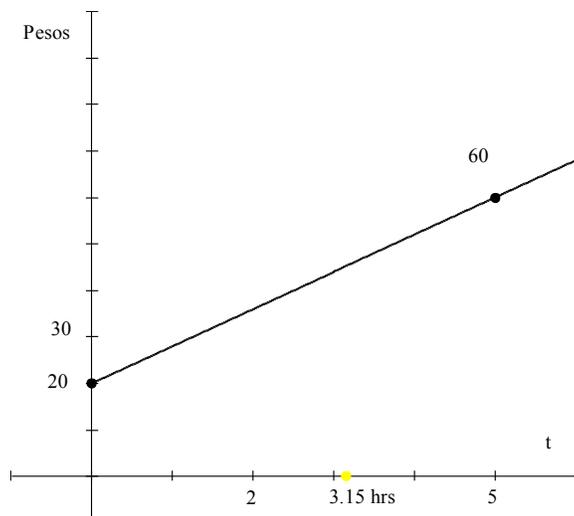
Vuelve a borrar

Analiza la gráfica con el dedo, sobre la hoja. Comenta: aumenta 10 pesos cada hora.

Pide ¿Cuál va a ser el pago de 3 hrs 15 min?

Se remite mucho a la gráfica impresa en el papel.

Ubica dos puntos:



Profesora I

Profesora 1	<p>Voy a sacar la pendiente: 50 que avanzo en y, $50/5 = 5$ 5 que avanzó en x; más 20 que es la constante. $y = 5x + 20$ $y = 5(3.15) + 20$ borra el 3.15 y comenta: Necesito calcular el 3.15hrs y abandona la resolución. Posteriormente regresa al problema y plantea la pendiente $m = 40/5 = 8$ $y = 8x + 20$ $y = 8(3.15) + 20$ $y = 25.20 + 20$ $y = 45.20$ Como no está la respuesta elige 46 pesos.</p> <p>Tiempo: 14 min</p> <p>CONCLUSIONES:</p> <p>Tal vez por un error de percepción interpreta que la pendiente de la recta es 10, y plantea su primera ecuación de la recta, utilizando correctamente el valor de 20.</p> <p>Después de una serie de borrados en el pizarrón, observa con detenimiento la recta en la hoja de papel e interpreta el avance en “y” como 50, siendo que en realidad con los puntos que graficó sería 40. El avance en “x” lo interpreta correctamente, como 5.</p> <p>Al hacer la división del avance en “y” entre el avance en “x” comete un error, probablemente de persistencia. El último número que menciona antes de calcular la división se repite.</p> <p>La forma en que estructura la ecuación (aunque la pendiente sea equivocada) es correcta. $y = mx + b$.</p> <p>Teniendo la ecuación no convierte 3 hrs 15 min a un número decimal, para poder sustituirlo en la ecuación, aunque se da cuenta que lo debería de calcular, pero persevera en el 3.15 hrs.</p> <p>Al retomar el problema, llega a la ecuación correcta, pero no hace la conversión de minutos a horas, por lo cual el resultado es erróneo. Cabe mencionar que elige la respuesta correcta, por la proximidad de sus cálculos y la respuesta establecida en la hoja de los problemas.</p> <p>El tiempo en que se realizaron las operaciones, sin llegar a una conclusión sobre el resultado correcto, fue muy largo.</p> <p>Habilidad 2</p>
-------------	---

Profesora 2

Traza una gráfica en el pizarrón en la que analiza los avances en “x” y “y”, para poder calcular la pendiente.

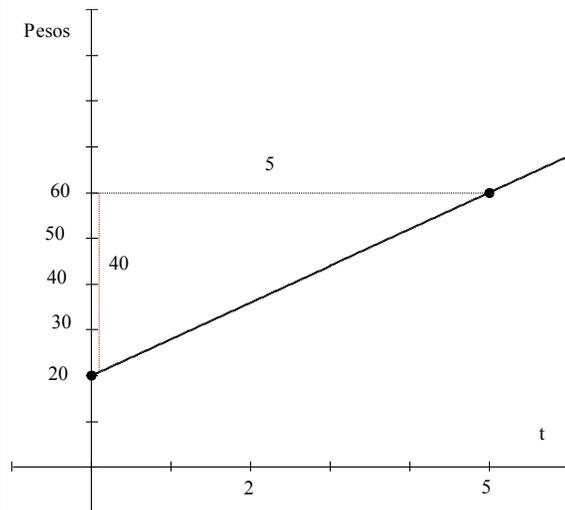
$T = 3 \text{ hrs } 15 \text{ min} = 3.25 \text{ hrs}$

$15 \rightarrow x$

$60 \rightarrow 1$

$$x = \frac{15 \times 1}{60} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Trata de hacer la operación de la división de 1 entre 4, pero desiste.



Será necesario sacar la ecuación.

$y = mx + b$ b es intersección con el eje “y”
 m es crecimiento entre avance

$$m = \frac{40}{5} = 8$$

$$y = 8x + 20$$

$y = 8(3.25) + 20$ Resuelve la operación 8×3.25 por escrito

$$y = 26 + 20 = 46 \quad 46 \text{ pesos, opción c).}$$

Tiempo: 5 min

CONCLUSIONES:

Procede con método. Primero cambia hrs y minutos por una cantidad decimal, utilizando una regla de tres. Llama la atención, que no relaciona 15 minutos con $\frac{1}{4}$ de hora, o sea, 0.25 horas.

Posteriormente en la gráfica determina los avances en “y” y en “x”, para determinar la pendiente de la recta. El valor de b lo toma directamente de la gráfica.

Excede el tiempo que tendrían las alumnas para la resolución de un problema.

Habilidad 3

Comenta que es un proceso largo, hay que determinar la ecuación de la recta, pero se me da una gráfica.

$$y = kx + b$$

b es la intersección con "y", y es 20.

Tengo que encontrar mi factor unitario.

Realiza una tabla:

x	0	60	120	180	195
y	20				

En la tabla introduce el valor en minutos de 3 horas 15 minutos (195).

Quiere determinar el valor de b, duda y comenta que ese valor no es 20.

Si y vale 40; $y = kx + b$; $40 = k(5) + 20$. Borra del pizarrón.

$$20 = k(0) + 20$$

$$60 = k(5) + 20$$

$$40 = 5k$$

$$k = 8$$

Comenta que el valor de tiempo no le va a servir en segundos (equivoca, ya que son minutos).

Tengo que transformar a horas, que es directamente proporcional:

1 hora equivale a 60 min

x equivale a 15 minutos

$$15 \cdot 1 = 60 \cdot x$$

$$\frac{15}{60} = \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

3.16 horas

Entonces:

$$y = 8(3.16) + 20$$

$$y = 25.28 + 20 = 45.28$$

se decide por la opción c) que aunque no es exacta, es la más cercana.

Tiempo: 8 minutos

CONCLUSIONES:

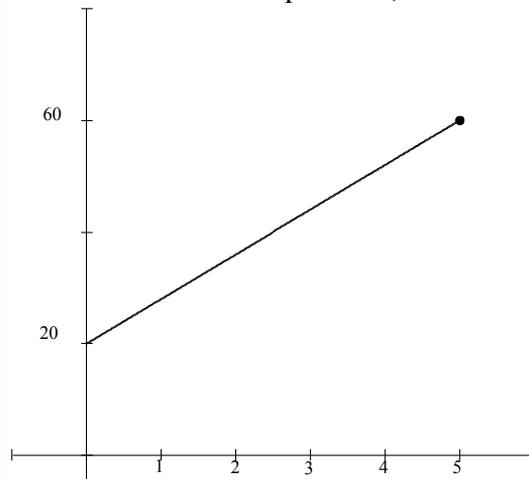
Comete algunos errores que va borrando, excepto el último de la conversión de minutos a horas. No relaciona 15 minutos con $\frac{1}{4}$ de hora. Tarda un tiempo muy largo en definir la ecuación. El resultado final no es el correcto, aunque elija la opción correcta.

Habilidad 2

Profesora 4

Pregunta si van a cobrar 4 horas, a lo que se le contesta que no, que cobrarán las 3 horas 15 minutos.

Grafica la recta en el pizarrón, con dos datos que identifica.



Hace una tabulación:

0 → 20

1 → 28

2 → 36

3 → 44

4 → 52

La solución sería 46, es decir, la opción c).

Como comentario final comenta, que en la realidad esto no sucede, te cobran horas enteras.

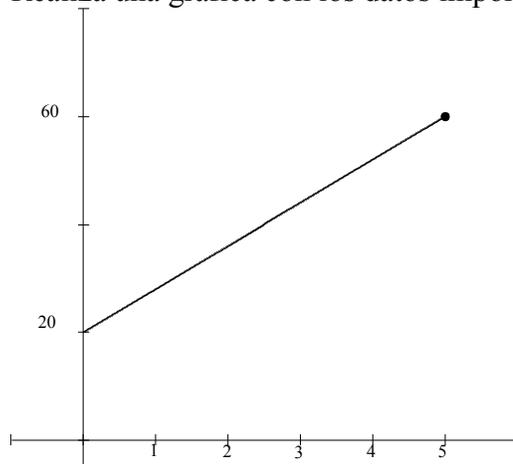
Tiempo: 2 minutos

CONCLUSIONES:

La profesora determinó rápidamente el valor de la pendiente y hizo su tabla de valores. De esta tabla deduce que el valor tiene que encontrarse entre 44 y 52, pero más cercano al 44, ya que se trata de $\frac{1}{4}$ de hora adicional a 3 horas.

Habilidad 3 a 4

Realiza una gráfica con los datos importantes:



Parafrasea: tiempo es 3 horas 15 minutos. Voy a pagar \$20. Sacar datos de la gráfica: aprox. \$25 en una hora.

Se me facilita más:

$$3 \times 6 = 18$$

$$180 + 15 = 185 \text{ minutos}$$

25 a 60 Desecha esta idea

Tengo un precio inicial de 20, tengo que sacar mi pendiente.

$$y = mx + b$$

Sé que b vale 20

Tengo dos puntos: $P_2 (5,60)$ y $P_1 (0,20)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{60 - 20}{5 - 0} = \frac{40}{5} = 8$$

Mi pendiente es 8 y mi ecuación: $y = 8x + 20$, donde x es el tiempo y b es 20.

Tengo 185 minutos, pero ahora tengo que tomar horas.

3 horas $\rightarrow \frac{15}{60} = \frac{3}{20}$ trata de hacer la división por escrito, 20 que divide a 3.

Desecha esta idea.

Corrige, $\frac{1}{4}$ de hora son 0.25 horas

$$y = 8(3.25) + 20$$

$$y = 26 + 20 = 46$$

La opción correcta es c)

Tiempo: 14 minutos

CONCLUSIONES:

Tarda en comprender que tiene que sacar el valor de la pendiente, y aunque comete varios errores, los va corrigiendo sobre la marcha. Llega a un resultado correcto en un tiempo muy largo. Tiene destellos de habilidades, como la relación de $\frac{1}{4}$ de hora son 15 minutos, 0.25 horas. No utiliza la gráfica para responder directamente la pregunta.

Habilidad 3

Profesora 6	<p>Se basa en la gráfica de la pregunta, no la repite en el pizarrón.</p> <p>3.15 minutos 5 hrs → 60 \$ 0 hrs → 20 \$ → 1 → x $\frac{60}{5} = 12 = x$ Cada hora 12/ hr</p> <p>$\frac{12 \\$}{60 \text{ min}} =$ Deja inconcluso</p> <p>3 h 15 min → 195 minutos 12 → 60 x → 195 $x = \frac{12(195)}{60}$ no resuelve Se decide por la opción b) \$ 40 Tiempo: 6 min</p> <p>CONCLUSIONES: Aunque al principio malinterpreta 3 horas con 15 minutos como 3.15 horas, convierte correctamente a 195 minutos más tarde. No visualiza que la gráfica no es una gráfica de variación proporcional, ya que no pasa por el origen y no cumple con las características de la misma. Así que piensa que el problema se resuelve por un pensamiento proporcional el que lleva a cabo. Saca el valor de \$12 por hora, sin considerar que no parte del origen. Su respuesta es equivocada y queda claro que la situación ha sido malinterpretada. Habilidad: 0</p>
Profesora 7	<p>Empieza a realizar una gráfica, pero comenta que utilizará la que se encuentra en la hoja de pregunta.</p> <p>Su primera opción es \$50, pero la desecha y se decide por \$46. Mencionando que es un valor más exacto con respecto a la gráfica. Tiempo: 1 min</p> <p>CONCLUSIONES: Utiliza la gráfica para la interpretación del valor adecuado. La analiza con respecto a sus valores en y, y sus valores correspondientes en “t”. No requiere de ningún cálculo. Habilidad 4</p>

Conclusiones sobre habilidades y competencias del problema 74

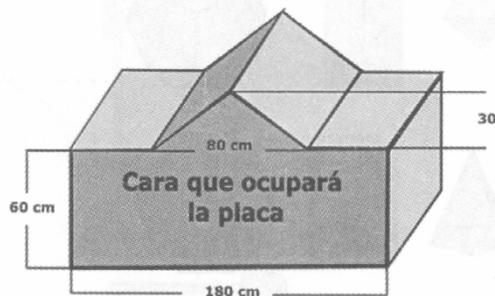
Hubo una profesora que no pudo plantear el problema, ya que partió de la idea de que se trataba de una situación de variación proporcional. Sólo 4 de las 7 profesoras llegaron a la respuesta correcta, tres de ellas por la determinación de la ecuación de la recta y la sustitución del valor del tiempo, y únicamente una de las profesoras se basó en un análisis de la gráfica, sacando sus conclusiones sobre la respuesta correcta de ella.

Profesora	1	2	3	4	5	6	7
Habilidad /competencia	1	3	2	3	3	0	4
Tiempo asignado(min)	14	5	8	2	14	6	1

Los tiempos empleados para este problema fueron muy altos, en promedio, independientemente de una solución correcta o no, el promedio fue de 7.14 min, lo cual provocaría en la prueba ENLACE de las alumnas un retraso considerable.

Problema # 118:

- 118.** En una escuela se proyecta la construcción de una base con una placa conmemorativa en la cara frontal, como se observa en la figura.



¿Cuál es el área de la placa?

- A) 10,800 cm²
- B) 11,400 cm²
- C) 12,000 cm²
- D) 13,200 cm²

Habilidades y competencias esperadas:

- 0) No plantear la problemática
- 1) Reconocer que se tiene que plantear en dos partes, el área del rectángulo y el área del triángulo

Área del rectángulo + área del triángulo

- 2) Cálculo del área del rectángulo

$$180 \times 60 = 10\,800 \text{ cm}^2$$

- 3) Cálculo del área del triángulo y la suma

$$30 \times 80 / 2 = 30 \times 40 = 1\,200 \text{ cm}^2$$

$$10\,800 + 1\,200 = 12\,000 \text{ cm}^2$$

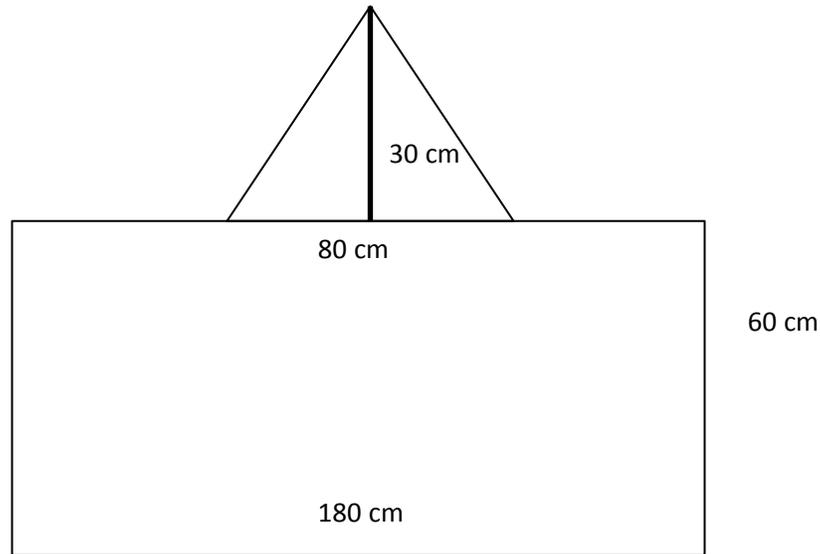
- 4) Cálculo simultáneo, para facilitar los cálculos:

$$60 \times 180 + 30 \times 80 / 2 =$$

$$60 \times 180 + 30 \times 40 =$$

$$30 (360 + 40) = 30 (400) = 12\,000 \text{ cm}^2$$

Divide el área en dos partes. Especifica las fórmulas de cada área:



$$A_r = b \times h$$

$$A_t = b \times h / 2$$

Calcula las áreas:

$$180 \times 60$$

$$10800$$

$$80 \times 30 / 2 = 1200$$

Realiza la suma:

$$10800 + 1200 = 12\ 000$$

La respuesta es c).

Tiempo: 2 min

CONCLUSIONES:

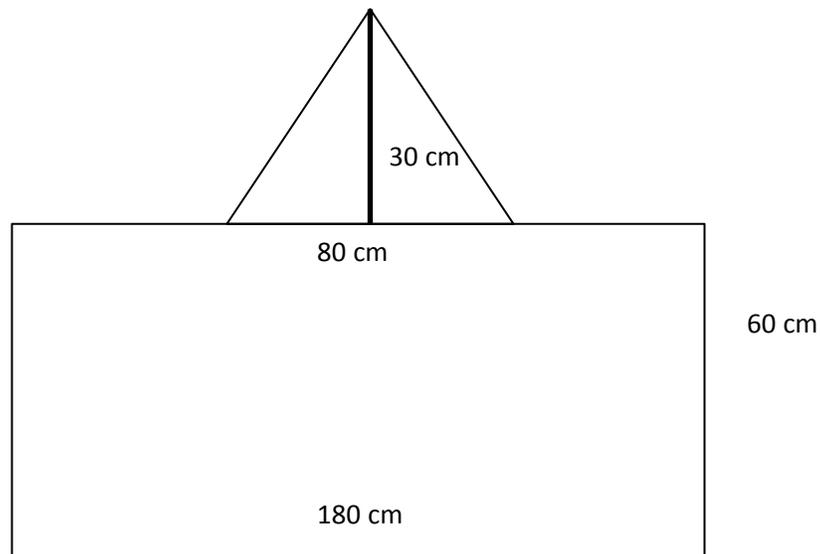
Separa el área en el cálculo de las dos áreas.

Llega correctamente al resultado.

Habilidad 3

Profesora 1

Hace un dibujo, rayando el área ocupa la placa.
Separa el cálculo en dos partes y las dibuja:



Profesora 2

$$b \times h + \frac{b \times h}{2}$$

$$180 \times 60 + \frac{80 \times 30}{2}$$

$$10800 + \frac{2400}{2}$$

$$10800 + 1200 = 12\,000 \text{ cm}^2$$

La respuesta correcta es c)

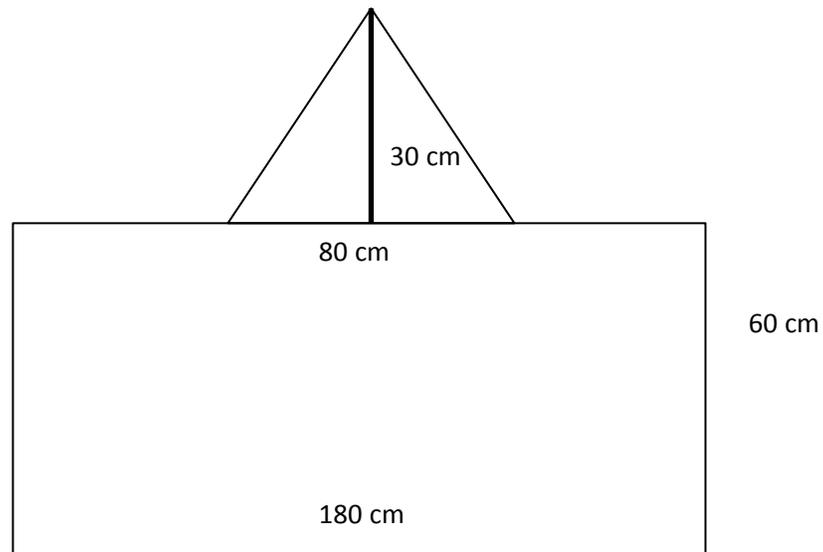
Tiempo: 2.5 min

CONCLUSIONES:

Calcula las áreas a sumar simultáneamente y llega a la respuesta correcta. El tiempo es razonable, por los cálculos y dibujos que realiza.

Habilidad 4

Tengo que calcular el área de la placa. Hace un dibujo, copiándolo de la hoja.



Realiza la operación del área del rectángulo:

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 60 \\ \hline 10800 \end{array}$$

el área del rectángulo es 10 800

Calcula mentalmente el área del triángulo:

El área del triángulo es 2 400

Suma las áreas mentalmente:

El área total es de 13 200

Tiempo: 2 min

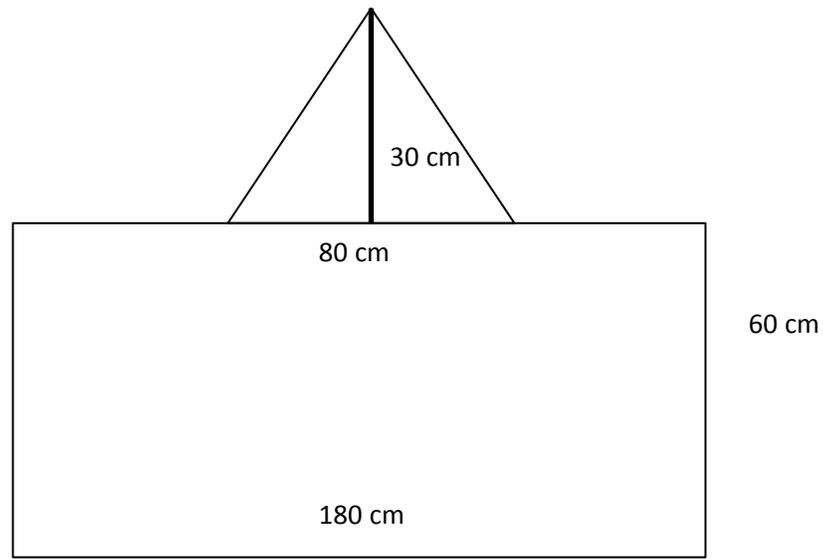
CONCLUSIONES:

Separa las áreas a calcular y comete el error de no dividir entre dos, para el cálculo del área del triángulo.

El tiempo es razonable.

Habilidad de 3 a 4

Bosqueja la placa:



Tengo que sumar el área del rectángulo y el área del triángulo.

El área del rectángulo es:

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 60 \\ \hline 10800 \end{array}$$

El área del triángulo es:

$$\frac{80 \times 30}{2} = 120$$

Se queda pensativa: No me da la respuesta, ¿entonces qué hice?

¿Será la respuesta a?

Revisa sus operaciones y se da cuenta que cometió un error en el área del triángulo.

La respuesta es c)

Tiempo: 2.7 min

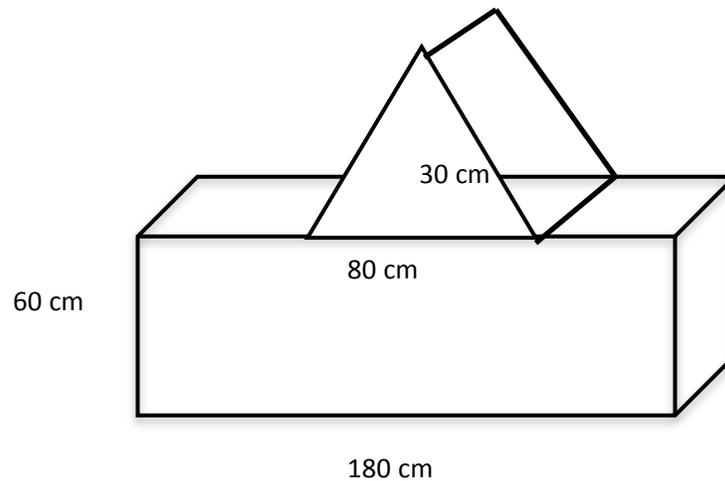
CONCLUSIONES:

Realiza la operación del área del triángulo con error, es decir, le falta un cero. Al ver las respuestas se da cuenta que su respuesta no está incluida, por lo tanto rectifica. Al calcular el valor numérico del área del triángulo, se nota que las operaciones las realizó mecánicamente, sin hacer una estimación correspondiente.

Habilidad 3

Profesora 4

Realiza el bosquejo, no como la cara frontal, sino como el cuerpo geométrico completo.



Profesora 5

El área de la cara frontal es:

$$60 \times 180 = 10\,800 \text{ cm}^2$$

Tiempo: 4 min

CONCLUSIONES:

El hecho de bosquejar el cuerpo completo, denota hasta cierto grado, que todavía no se ha comprendido al 100% la problemática. Aunque posteriormente comenta que se tiene que calcular el área de la placa. No supo interpretar del cuerpo geométrico cuál era la cara frontal, ya que sólo determinó el área del rectángulo y no la del triángulo.

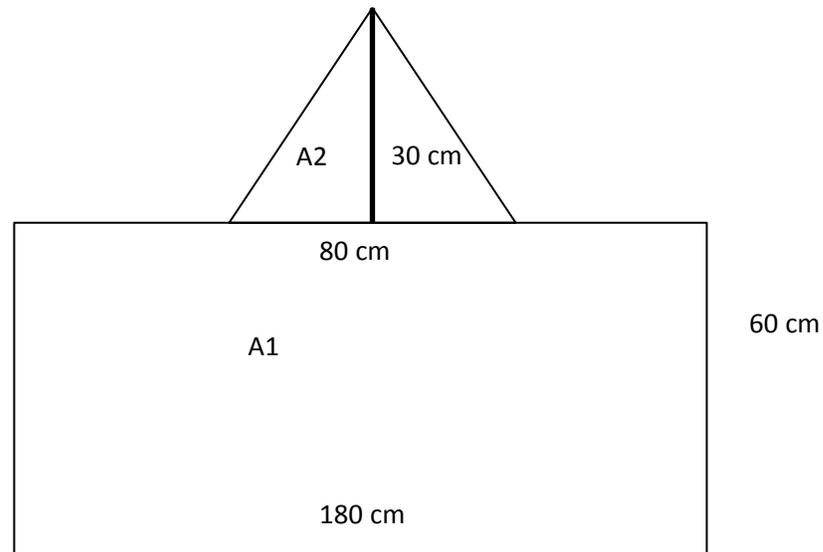
El tiempo que utilizó para el dibujo del cuerpo en tres dimensiones, fue largo.

No llegó a la respuesta correcta.

Habilidad 0

Profesora 6

Separa el área en dos partes, inclusive anota en el dibujo las dos áreas a calcular.



$$A_1 = 180 \times 60 = 10\ 800$$

$$A_2 = 80 \times 30 / 2 = 1\ 200$$

La operación de la suma la hace por escrito:

$$\begin{array}{r} 10\ 800 \\ + 1\ 200 \\ \hline 12\ 000 \end{array}$$

Elige la respuesta c)

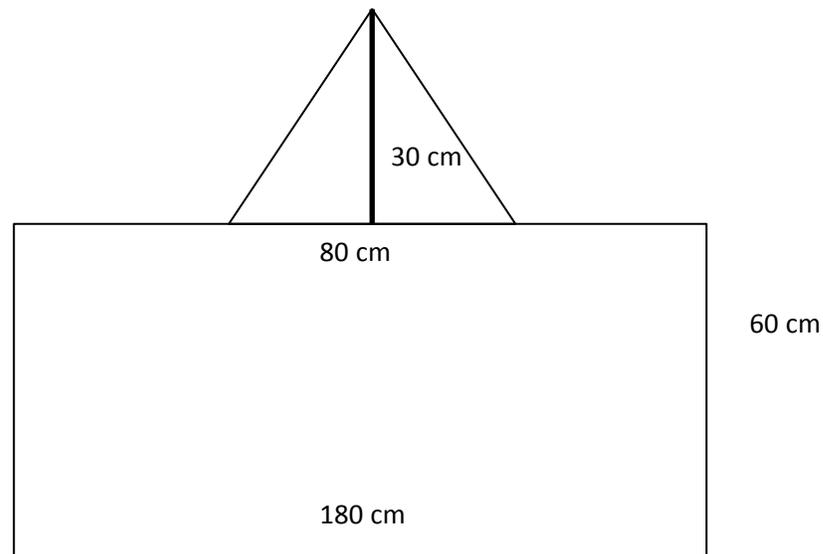
Tiempo: 3 min

CONCLUSIONES:

Muy claramente separa las áreas en dos, ya que las marca como A1 y A2 en el dibujo. Calcula las áreas correctamente.

Habilidad 3

Hace el dibujo de la cara frontal del cuerpo geométrico y comenta que separará en dos áreas a calcular.



Profesora 7

Calcula el área del rectángulo:

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 60 \\ \hline 1080 \end{array}$$

Pero corrige y le agrega un cero.

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 60 \\ \hline 10800 \end{array}$$

Posteriormente calcula el área del triángulo.

$$\begin{array}{r} 80 \\ \times 30 \\ \hline 2400 \end{array}$$

Suma las dos áreas, $10800 + 2400 = 13\ 200$

Elige esta respuesta como correcta.

Tiempo: 3 min

CONCLUSIONES:

Separa el cálculo del área en dos partes, el área del rectángulo y el área del triángulo, para sumarlas.

Comete un error en el área del triángulo, ya que no divide entre 2, lo cual hace que su resultado esté equivocado. La prueba ENLACE introduce en las respuestas, respuestas con posibles errores como éste.

Habilidad entre 2 y 3

Conclusiones sobre las habilidades y competencias del problema 118

Las profesoras en general no utilizan el cálculo mental para las operaciones de esta situación.

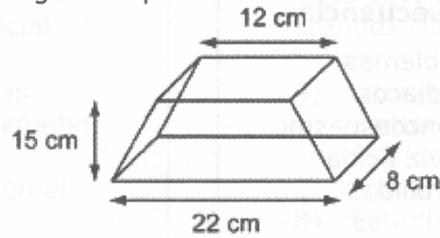
Profesora	1	2	3	4	5	6	7
Habilidad /competencia	3	4	3	3	0	3	2
Tiempo asignado(min)	2	2.5	2	2.7	4	3	3

El problema 118 fue resuelto correctamente por varias profesoras, hubo dos profesoras que calcularon mal el área del triángulo, ya que no dividieron entre 2. Una profesora malinterpretó lo que era la cara del cuerpo geométrico, ya que sólo calculó el área del rectángulo. Una profesora juntó ambas áreas, para realizar simultáneamente el cálculo.

Los tiempos están en un rango ligeramente mayor al que se espera de las alumnas para cada uno de los problemas de la prueba ENLACE.

Problema # 111

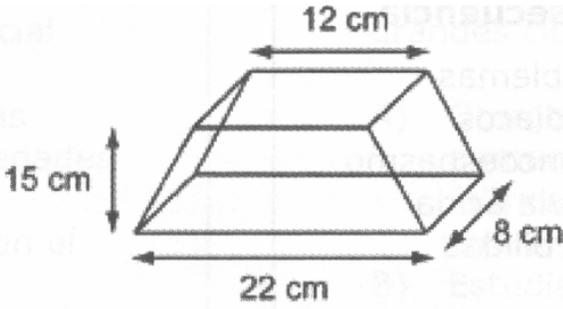
111. ¿Cuál es el volumen en cm^3 del siguiente prisma?



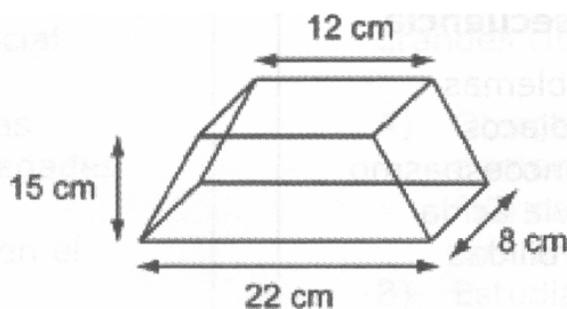
- A) 2040
 B) 2064
 C) 2400
 D) 2640

Habilidades y competencias esperadas:

- 0) No poder plantear el problema
- 1) Plantear el volumen como área de la base por la altura, sin importar cómo se va a calcular
- 2) Tratar de calcular el volumen con el cuerpo geométrico como está dispuesto en la figura
- 3) Girar el cuerpo geométrico para que el trapecio sea la base
- 4) Calcular el volumen del cuerpo en una sola operación.

Profesora 1	<p>Dibuja el cuerpo geométrico adicionando algunos datos. Calcula la diferencia entre la base mayor y la base menor del trapecio, la divide entre dos y ubica el 5cm como exceso de un lado de la base mayor con respecto a la base menor.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>$V = 22(15)$ Lo borra La verdad es que no me acuerdo de la fórmula de éste. Saco 2 triángulos:</p>
	$\frac{2(5)(15)}{2} + 12^2 = 75 + 144 = 219$ <p>$219 \times 8 = 1852 \text{ cm}^2$.</p> <p>Tiempo: 6 min</p> <p>CONCLUSIONES: Realiza acertadamente las operaciones para calcular algunos datos que pudieran ser utilizados en el cálculo del volumen. Separa el área del trapecio, en el área de un rectángulo y el área de los dos triángulos, para posteriormente multiplicar esta base por la altura que es 8cm, operación que realiza. Equivoca el área de la base, en concreto el área del rectángulo, ya que lo considera cuadrado $(12)(12)$, en vez de $(12)(15)$. El tiempo utilizado para el cálculo es muy grande.</p> <p>Habilidad 2</p>

Hace un dibujo del prisma:



Profesora 2

Piensa: ¿Es rectangular?

Si sacamos un prisma 22 x 8 x 15, resulta que la cara es menor, o sea, que no puede ser.

Si giro la figura, la base es el trapecio. La altura del prisma sería 8 cm.

$$V = A \times h$$

$$V = \frac{B+b}{2} (ht)(hp)$$

ht es la altura del trapecio y hp es la altura del prisma.

$$V = \left(\frac{22+12}{2} \right) 15 \times 8 = 17 \times 15 \times 8$$

$$\begin{array}{r} 17 \times 15 \\ 85 \\ \underline{17} \\ 255 \end{array}$$

$$255 \times 8 = 2040 \text{ cm}^2.$$

La respuesta es a)

Tiempo: 3 min

CONCLUSIONES:

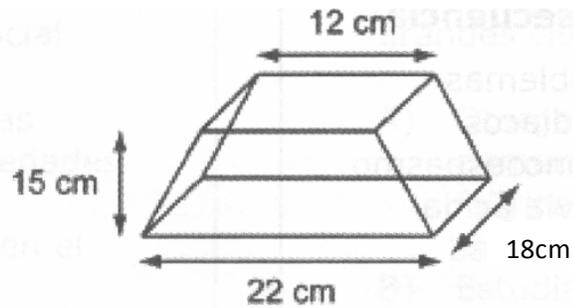
Medita sobre la posibilidad de calcular el volumen con el prisma como está representado, pero se da cuenta rápidamente, que lo tiene que girar, para que la base sea el trapecio.

Posteriormente calcula el volumen.

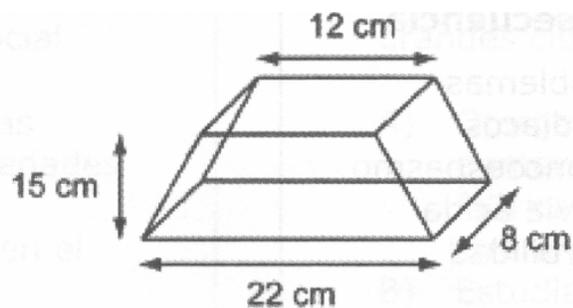
Habilidad 4

Profesora 3	<p>Refiere a que no maneja las fórmulas de un prisma, por lo tanto, tratará de sacar el volumen por medio de: $l \times l \times l$, donde l es el lado. La base por la altura del fondo.</p> <p>$15 \times 18 \times 22 = 270 \times 22 = 5940$</p> <p>Debo calcular el área de un trapecio y calcular el volumen del prisma. No me da la respuesta de esa forma.</p> <p>Me voy a un cuadrado, $15 \times 12 = 280$</p> <p>$280 \times 8 = 2\ 240$</p> <p>Por lógica el resultado sería mayor a 2 240 y elijo la respuesta 2 640. Tiempo: 7 min</p> <p>CONCLUSIONES: Utiliza una forma muy característica de secundaria y primaria para la denominación de los lados del prisma. Prácticamente lo considera un cubo. Esta forma se da mucho cuando no se especifica a los lados distintos con letras diferentes. Confunde un cuadrado con un rectángulo, aunque lo calcula como rectángulo. No llega a la solución correcta, aunque hace un intento de aproximación. Habilidad 0</p>
Profesora 4	<p>Lo voy a acostar, para calcular el área del frente y luego el volumen.</p> $\frac{(22 + 12)15}{2} \times 8 = 34 \times 60 = 2\ 040\ cm^2$ <p>Tiempo 1 min</p> <p>CONCLUSIONES: Gira el cuerpo geométrico para tener como base el trapecio. Plantea el volumen en un solo paso. Calcula las operaciones aplicando estrategias que facilitan el cálculo. Habilidad 4</p>

Realiza una reproducción:

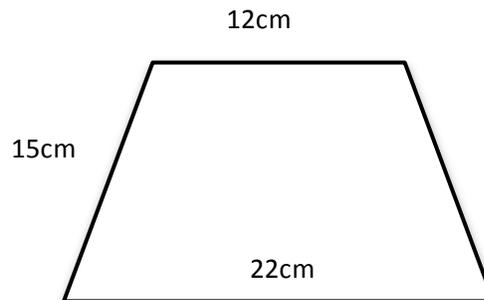


Corrige los datos, el 18 cm lo borra y escribe el dato correcto.



Profesora 5

Dibuja la cara del trapecio (figura siguiente). Tengo dos caras, sería el área.
Volumen sería $b \times h$



El área de la base es: $22 \times 8 = 176 \text{ cm}^2$.

Por la altura: No tendría caso, está recortado.

$$22 \times 8 = 176 \times 15$$

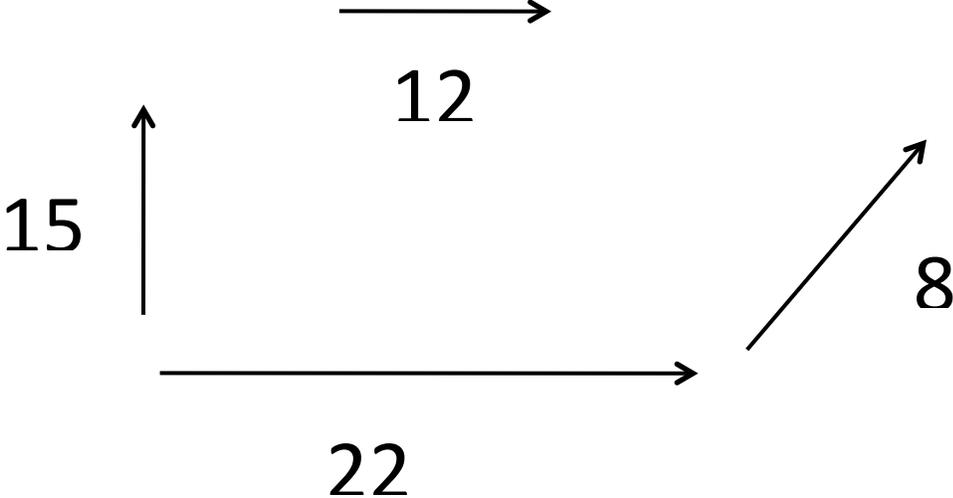
$$880$$

$$\underline{176}$$

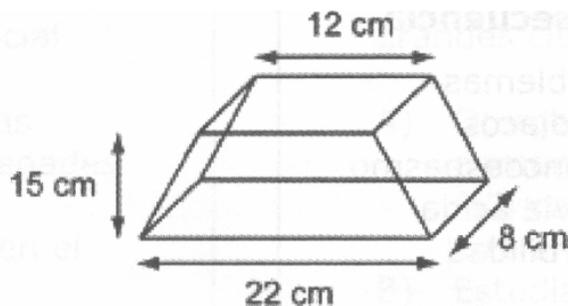
$$2\ 640$$

No trae la respuesta, pero es d).

Tiempo: 7 min

	<p>CONCLUSIONES:</p> <p>No logra calcular el volumen del cuerpo que se le presenta, aunque se da cuenta que la forma en que lo aborda no es la adecuada: “ está recortado”. No gira el cuerpo para poder visualizar el área de la base adecuada.</p> <p>Tiene un uso inadecuado de los signos de igualdad, ya que trabaja en cadenita.</p> <p>El tiempo utilizado no es adecuado.</p> <p>Habilidad 1 a 2</p>
Profesora 6	<p>Hace un dibujo prácticamente con los datos:</p>  <p>Comenta: la base más grande menos la base más chica. Calcula: $22 \times 8 =$ Borra el signo de igual y agrega: $22 \times 8 \times 15$ Calcula mentalmente 22×8, 96 Realiza por escrito la operación $\begin{array}{r} 96 \times 15 \\ 480 \\ 960 \\ \hline 1440 \end{array}$</p> <p>Borra Es la diferencia de las 2 áreas No me acuerdo de la fórmula Tiempo: 5 min</p> <p>CONCLUSIONES:</p> <p>No visualizó ninguna forma en particular de calcular el volumen. Dada esta circunstancia no pudo calcular ni el área de la base, ni el volumen. Se centra en la figura del trapecio, y comenta que es la base mayor menos la base más chica. Probablemente intenta calcular el volumen de un prisma triangular que se forma en los extremos.</p> <p>No llega al resultado y su tiempo utilizado es largo.</p> <p>Habilidad 0</p>

Traza el cuerpo geométrico con los datos que se proporcionan.



$$(12 + 22) 15$$

$$15(34) = 510 (8)$$

$$\begin{array}{r} 34 \times \\ 15 \\ \hline 170 \end{array} = \frac{4080}{2} = 2040 \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 510 \end{array}$$

Giro el prisma, para que la base sea un trapecio.

510, lo multipliqué por 8 y luego dividí entre 2. Dividí al final.

Tiempo: 3 min

CONCLUSIONES:

Detecta que tiene que girar el cuerpo geométrico para tener como base del prisma el trapecio. Al calcular el área del trapecio, deja hasta el final la división entre 2, de la suma de las bases entre 2, pero no se le olvida.

Usa los signos de igualdad en forma equivocada, trabaja en cadenitas, en donde el inicio no es igual al final de la cadenita.

Habilidad 4

Profesora 7

Conclusiones sobre las habilidades y competencias del problema 111

Sólo tres profesoras llegaron a la solución correcta, que implicaba, para mayor facilidad girar el cuerpo geométrico. No quiere decir, que no se podía calcular sin girar el cuerpo, pero ninguna de las profesoras lo calculó o pudo plantearlo de la otra forma.

Dos profesoras no pudieron plantear cómo calcular el volumen del cuerpo geométrico.

El tiempo promedio de las profesoras es de: 4.6 minutos, lo cual excede el tiempo del cual disponen las alumnas para cada ejercicio.

Profesora	1	2	3	4	5	6	7
Habilidad /competencia	2	4	0	4	1	0	4
Tiempo asignado(min)	6	3	7	1	7	5	3

Capítulo 6
Conclusiones

Capítulo 6: Conclusiones

6.1 Análisis de resultados

En general los alumnos al enfrentarse a la prueba ENLACE muestran poco interés por la misma, que puede deberse al hecho, de que muchos problemas les resultan largos y tediosos, por la gran cantidad de cálculos involucrados. Los alumnos rara vez reflexionan, si pueden encontrar un camino menos “sinuoso” para llegar a la respuesta de un problema.

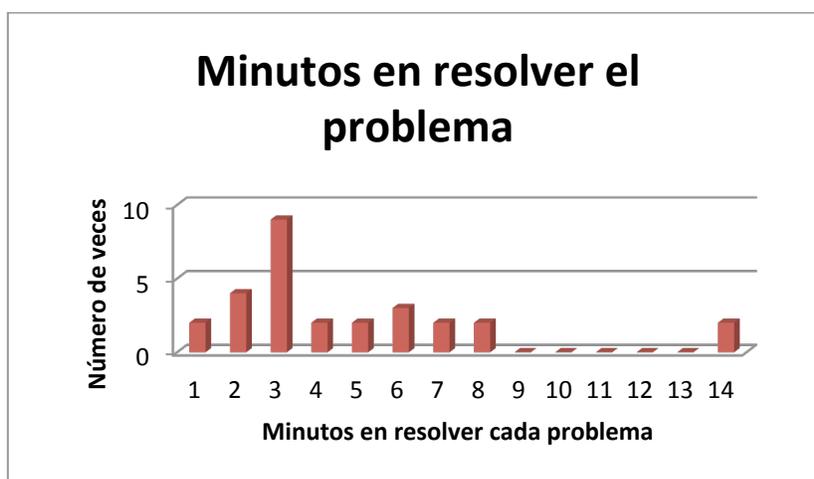
Esta investigación analizó qué tanto reflexionan las profesoras entrevistadas, de diferentes materias de matemáticas escolares, en la resolución de problemas de la misma prueba ENLACE, que deben resolver los alumnos. Como se ve en el desarrollo de este trabajo, la habilidad de reflexión se mide a través de grados de habilidad, de cómo resolvieron los problemas y si llegan a un resultado correcto.

Según, Hill, Rowan & Ball (2001), las competencias de los alumnos dependen del conocimiento matemático del profesor. Ma (1999) investigó sobre qué tanto se limita el conocimiento conceptual de los alumnos, si un profesor tiene una comprensión limitada de las matemáticas. En esta investigación parece evidente, que los alumnos no logran desarrollar en su totalidad las habilidades y competencias que se exigen de ellos en la Prueba Enlace.

Profesores con capacidades de reflexión y habilidades metacognitivas, (que sería lo que Neubrand (2006) especifica, en profesores, como conocimiento didáctico) podrían ser capaces de hacer reflexionar a los alumnos, sobre caminos alternos de solución de un problema. Si un profesor no tiene otra forma de resolver un ejercicio, más que mecánicamente o inclusive no es capaz de resolver un problema de la prueba ENLACE, parece evidente, que los alumnos tampoco podrán desarrollar habilidades ni destrezas.

El tiempo de resolución de un problema de la prueba ENLACE juega un papel importante, ya que si se atrasan las alumnas en un ejercicio, tendrán menos tiempo o eventualmente les faltará tiempo para los demás ejercicios.

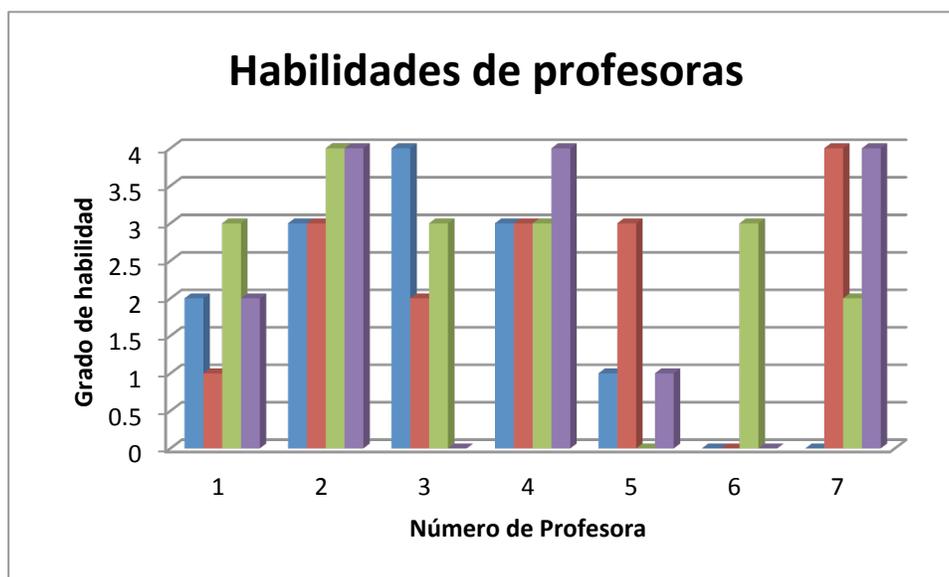
Gráfica. 7 Tiempos de resolución de las 7 profesoras en los 4 problemas analizados



El estudio mostró, que las profesoras entrevistadas tuvieron un promedio de resolución (contando el tiempo en que profesoras se dieron por vencidas en problemas que no resolvieron) de 4.6 minutos, con una desviación estándar de 3.3 minutos, lo cual significa, que hubo profesoras que tardaron hasta 14 minutos en la resolución o el intento de resolver un problema. Este tiempo es, para la prueba ENLACE un tiempo que las alumnas no tienen para la resolución de cada uno de los ejercicios o problemas planteados.

Las habilidades de resolución de las profesoras variaron desde el no poder llegar a una respuesta correcta, por no poder plantear el problema o no entender la problemática (Habilidad 0), o por equivocaciones posteriores o no poder completar la respuesta (Habilidad 1 y 2), resoluciones mecánicas correctas (Habilidad 3), hasta soluciones de reflexión y respuestas rápidas (Habilidad 4). La siguiente gráfica muestra por profesora las habilidades que mostraron durante la entrevista en cada uno de los cuatro problemas analizados.

Gráfica. 8 Habilidades de profesoras entrevistadas



Se calculó el promedio de habilidades de las 7 profesoras en los 4 problemas, el cual fue 2.2. Este promedio considero yo, que es una medida que no nos permite analizar las habilidades de cada profesora. Así como se tuvieron profesoras con habilidades muy buenas, también se encontraron profesoras de pocas habilidades o con problemas en la resolución de los ejercicios planteados en la prueba ENLACE. Véase la gráfica en las profesoras 5 y 6, principalmente, que mostraron dificultades al plantear la resolución de los problemas planteados.

6.2 Conclusiones generales:

Los hallazgos encontrados en las profesoras entrevistadas en este estudio mostraron que algunas profesoras entrevistadas no cuentan con las habilidades esperadas en el área de la resolución de problemas. Varias pudieron resolver (habilidad 3) ciertos problemas mediante un método algorítmico o rutinario, mientras otras no pudieron plantear la problemática.

El conocimiento profesional de un profesor de matemáticas incluye, según Bromme y Strässer (1988) y Shulman (1986), un conocimiento amplio de la materia que imparte. Varias profesoras entrevistadas no cumplen con el conocimiento de la materia que imparten. Además, Neubrand (2006) establece que dentro del conocimiento profesional del

profesor de matemáticas se debe incluir un conocimiento didáctico sobre las formas de representación y la facilidad de explicación sobre los problemas de matemáticas, esto incluye, que el profesor sea capaz de manejar distintos caminos de solución y no sólo aferrarse a la solución algorítmica o rutinaria. Esta competencia la mostraron las profesoras entrevistadas en 6 problemas, de 24.

El número de profesoras entrevistadas, no permite una generalización sobre habilidades de los profesores de matemáticas, respecto a la resolución de problemas de la prueba ENLACE, pero sí muestra que hay una diversidad de habilidades entre las profesoras. La pregunta del por qué México tiene un bajo rendimiento en la prueba ENLACE o en pruebas comparativas internacionales como PISA parece evidente ante la situación de las capacidades y habilidades de los profesores de Secundaria y Preparatoria.

¿Cómo podemos esperar que los alumnos puedan resolver algunos problemas de la prueba ENLACE con reflexiones acerca de posibilidades distintas de resolución, si las profesoras muchas veces no tienen este tipo de reflexión?

¿Cómo pueden enseñar a razonar, a reflexionar o a buscar caminos alternos de solución a sus alumnos, si muchas veces ellas no tienen estos caminos alternos?

De aquí que parece importante en las escuelas y colegios, determinar las habilidades y competencias de los profesores de matemáticas, no sólo con respecto a sus conocimientos mecánicos de la materia, sino sobre sus procesos de reflexión y caminos alternos de solución a problemas diversos y a los problemas planteados por la prueba ENLACE o inclusive algunas problemáticas de la prueba PISA

Con los resultados obtenidos en el estudio sería importante diseñar para profesoras en funciones, una serie de capacitaciones en la resolución de problemas, por técnicas variadas: desde el planteamiento, la solución algorítmica o mecanizada, soluciones desde diferentes puntos de vista, o soluciones a través de la reflexión o razonamiento.

Si los profesores son capaces en primer lugar, de resolver la prueba ENLACE (aunque sea en algunos de sus ejercicios) en forma menos mecánica y más con habilidades de metacognición, entonces podrán ser capaces de reflexionar e incitar a los alumnos que,

antes de resolver mecánicamente los ejercicios de la prueba ENLACE, inspeccionen las respuestas, que analicen las posibilidades de resolución o que apliquen conocimiento más allá de las puras fórmulas, hasta a veces de sentido común o basados en alguna regla. Probablemente se refleja en las habilidades y competencias de las alumnas el hecho de que algunas profesoras no han desarrollado competencias matemáticas con respecto a la reflexión en la resolución de problemas.

El trabajo presentado resulta relevante, debido a que la SEP plantea como una de las posibilidades de mejora, el que los profesores se den cuenta de las deficiencias de sus alumnos y eventualmente de las suyas propias. Las direcciones de las escuelas y colegios podrán usar la información de la prueba ENLACE para analizar las debilidades de profesores y así buscar las capacitaciones pertinentes.

En el Centro Escolar Los Altos se han tomado algunas medidas desde la Secretaría Académica, a mi cargo, para buscar soluciones a esta problemática.

1. Cada año se realiza un análisis de los resultados obtenidos por las alumnas de la prueba ENLACE, no sólo en Preparatoria, sino en todos los años escolares, con el objeto de:
 - a. Buscar los problemas de mayor porcentaje de desacierto. Siendo la intención, conocer los temas en los que las alumnas tienen más dificultad, para poder retomarlos en las clases de matemáticas.
 - b. Analizar cómo a través de los años escolares se van “arrastrando” ciertas problemáticas, que se van manifestando año a año y en los distintos años escolares en los que se practica la prueba ENLACE.
 - c. Presentar a las alumnas, problemas que se pueden resolver con sentido común, a través de la reflexión o con caminos alternos, con la intención de que las alumnas, antes de resolver mecánicamente un problema, reflexionen para buscar soluciones alternas. También con el propósito de mostrar a las alumnas que no todos los problemas son “tediosos” y largos en su resolución si se aplican formas distintas de análisis de los mismos.

- d. A las profesoras se les presentan, por año escolar, las problemáticas, tanto que tuvieron sus alumnas actuales (ya que éstas están en un año escolar más avanzado) como las que tuvieron sus alumnas en el año lectivo anterior. A su vez se buscan ya sea con ellas o a través de la Academia de Matemáticas, posibles acciones para reforzar temas en que las alumnas presentan mayor dificultad.
 - e. Se realizan cada año, por lo menos dos sesiones en las que las profesoras se enfrentan a problemas de la prueba ENLACE y de la prueba PISA, como parte de un entrenamiento en la resolución de problemas. En estas capacitaciones se discuten los problemas elegidos con la finalidad de analizar distintos caminos de solución. El enfrentarse las profesoras a soluciones distintas a las planteadas por ellas mismas, adquieren una perspectiva más amplia en las posibilidades distintas de resolución de un problema.
2. A su vez, también se busca que las profesoras avancen en su práctica docente, a través de varias estrategias:
 - a. La observación de clase, con el objetivo de analizar tanto la didáctica como el conocimiento matemático de las profesoras. Estas observaciones se realizan dos veces por año escolar. A las profesoras se les da retroalimentación de las dificultades desde el punto de vista didáctico y matemático que se encontraron durante la clase de observación.
 - b. Las profesoras tienen que elaborar secuencias didácticas para cada tema que se dará durante el semestre o año escolar, con la intención de que tengan claro qué y cómo realizarán su clase. En estas secuencias hay un rubro en el cual las profesoras pueden apuntar las dificultades que presentaron las alumnas para buscar, ya sea solas, o en conjunto con la academia de matemáticas, soluciones a las problemáticas presentadas.
 3. Otra opción, analizada por García (2010), catedrática de la Benemérita y Centenaria Escuela Normal de Jalisco, reportada en la revista AB y C, que se desea implementar es la crónica de clase, como herramienta de apoyo en la reconstrucción de lo ocurrido en la clase. Aunque en algunos casos profesores preferirían

videogravar su clase, esto no sustituiría las habilidades de observación. Esta tarea se ve compleja, ya que incluye un trabajo previo de informes, planeaciones (o secuencias didácticas), producciones de los alumnos, planes y programas de estudio, materiales y el libro de texto, pero en la medida que se tenga un buen texto descriptivo, se tendrá también la posibilidad de realizar un buen análisis, una buena reflexión, con lo que se llegará a la meta deseada.

4. Por último, se ha visto la necesidad de motivar a las alumnas para que hagan su mejor esfuerzo, al resolver la Prueba Enlace, ya que no sólo es conveniente para la imagen del Centro Escolar Los Altos, sino que también reflejaría con mayor claridad y exactitud los temas en que se tiene que poner mayor énfasis durante la educación escolar.

Bibliografía

Bibliografía

Bromme, Rainer (1986). Der Lehrer als Experte-Entwurf eines Forschungsansatzes: Denken und Wissen von Lehrern aus der Perspektive neuerer Forschung zum Problemlösen (Februar 1986), *Occasional Paper 77*, Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.

Bromme, Rainer & STRÄSSER, Rudolf (1988). Mathematik: Die Beziehung verschiedener Typen des Wissens im Denken von Berufsschullehrern. *Occasional Paper 101*, Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.

Calderón, F. (2007) Plan Nacional de Desarrollo 2007 – 2012 México, D.F.
<http://pnd.calderon.presidencia.gob.mx/index.php?page=documentos-pdf> (Recuperado octubre, 2010)

Centro Escolar Los Altos ,CELA (1999). Folleto 25° Aniversario.

Centro Escolar Los Altos , CELA (2010). Reglamento Interno.

Díaz, V. y Poblete, A. (2001). Competencias en profesores de matemática y estrategia didáctica en contextos de reforma educativa.
http://www.sinewton.org/numeros/numeros/68/investigacion_01.php . (Recuperado junio, 2010).

Enlace. Internet, página de Enlace, 17/5/10 (Educación Media Superior)

Estudio PISA 2009. <http://www.pisa.sep.gob.mx/start.php?act=pfrecuentes>)

Estudio PISA 2006. Marco de la Evaluación.

<http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/59/2/39732471.pdf>. (Recuperado julio, 2010)

Flick, Uwe. (2004). *Qualitative Sozialforschung*, Rowohlt Taschenbuch Verlag; Reinbek.

Flick, Uwe. (2005). *Qualitative Sozialforschung. Eine Einführung*. Rowohlt Taschenbuch Verlag; Reinbek.

Gorgorio, N. y Bishop, A. *Enseñanza de las Matemáticas: ¿Cómo enseñar a los alumnos?*
<http://books.google.com.mx/books?hl=es&lr=&id=FdMfGip0oC&oi=fnd&pg=PA35&dq=habilidades+matem%C3%A1ticas&ots=DmpeGis8uU&sig=EGPE0FzA3sLj5DK8eqD1xwtpoCQ#v=onepage&q=habilidades%20matem%C3%A1ticas&f=false> (Recuperado diciembre, 2010)

Gutiérrez, Ángel. *Procesos y Habilidades en Rotación Espacial*. Memoria del 3er Congreso Internacional sobre Investigación en Matemáticas. Valencia 1991. España.
<http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut92b.pdf>

Helmke, Andreas. (2005). *Unterrichtsqualität; Erfassen, Bewerten, Verbessern*. Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung, Deutschland.

Hill, H.C.; Rowan, B. y Ball, D.L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 2005, Pág: 371-406

Jiménez, J. (2000). Algunas consideraciones sobre la construcción del conocimiento matemático en el aula. *Centro de Investigaciones Pedagógicas y Sociales*. Segunda Época, Números 4 y 5. Secretaría de Educación del estado de Jalisco, Guadalajara, México.

MA, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics. Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, New Jersey, USA.

Moreno, Ma. G. (1998). El desarrollo de habilidades como objetivo educativo. *Revista de Educación Nueva Época Núm. 6*. Sistema Educativo Jalisciense, Guadalajara, Jalisco, México.

Neubrand, M. (2006). *Professionalität von Mathematik-Lehrerinnen und -Lehrern: Konzeptualisierung und Ergebnisse aus der COACTIV- und der PISA-Studie*. <http://www.mpib-berlin.mpg.de/coactiv/index.htm> (Recuperado agosto, 2010)

Perrenoud, P. (2008). *Construir competencias desde la escuela*. Traducción de Marcela Lorca. Editor J.C. Sáez: Chile.

PISA 2006. *Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Santillana Educación S.L., 2006 para la edición española. Obra publicada por acuerdo con la OCDE.

PISA 2009. Sabías que. <http://www.pisa.sep.gob.mx/start.php?act=aplicacion> (Recuperado noviembre, 2010).

Poblete, M. y García, A (2007). *Desarrollo de Competencias y Créditos Transferibles*. Ediciones Mensajero, S.A.U. Universidad de Deusto, Bilbao.

Proyecto DeSeCo (Definición y Selección de Competencias). (2008) OCDE. Editor J.C. Sáez. Chile.

Reforma Integral de Educación Media Superior: *La creación de un Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad*. SEP. México, D.F. Enero 2008.

http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/reforma_integral_de_la_educacion_media_superior.pdf

Sánchez, Ma.V. (2000). *La enseñanza de las Matemáticas y la formación matemática de los profesores. Una perspectiva desde la Didáctica de las Matemáticas*.

<http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/vsanchez210100.html> (Recuperado agosto, 2010).

Shulman, L. S. (1986). Paradigms and research programs in the study of teaching: A contemporary perspective. En M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research and teaching*, pp. 3-36. New Yoek:Mcmillan.

Tobón, S. (2005). *Formación Basada en Competencias*. Ecoe Ediciones: Bogotá. Colombia.

Vázquez, J.(2008). *Acuerdo 444*. SEP. México, D.F. Diario Oficial, martes 21 de octubre de 2008.

Vázquez, J. (2008). *Acuerdo 442*. SEP. México, D.F. (Recuperado agosto, 2010).

http://www.sems.gob.mx/aspnv/reformaintegral_video.html

Villa, A. y Poblete, M. (2007). *Aprendizaje Basado en Competencias*. Ediciones Mensajero, S.A.U. Universidad de Deusto, Bilbao.